MICHÈLE ARTIGUE

LE LOGICIEL ‘DERIVE’ COMME REVELATEUR DE PHENOMENES DIDACTIQUES LIES A L’UTILISATION D’ENVIRONNEMENTS INFORMATIQUES POUR L’APPRENTISSAGE

RÉSUMÉ. Dans cet article, nous abordons les problèmes relatifs à l’intégration d’environnements informatiques d’apprentissage dans l’enseignement secondaire des mathématiques, en nous appuyant sur les résultats d’une recherche menée avec le logiciel DERIVE. Après avoir présenté globalement la recherche et ses fondements théoriques, nous mettons en évidence un certain nombre de phénomènes didactiques, liés à la transposition informatique des savoirs mathématiques et aux processus d’apprentissage dans l’environnement DERIVE, qui nous semblent jouer un rôle décisif dans les problèmes d’intégration.

ABSTRACT: In this article, we address the issue of integration of computer environments in the mathematics secondary curriculum, by referring to the results of a research project carried out with the software DERIVE. Firstly, we present the research project and its theoretical framework, secondly, we evidence some didactical phenomenas linked to the DERIVE transposition of mathematical knowledge and learning processes in this environment which, in our opinion, play a crucial role in integration issues.

1. INTRODUCTION

Depuis plus de dix ans, en France, des actions institutionnelles de grande ampleur sont menées pour promouvoir l’intégration des nouvelles technologies à l’enseignement et, en particulier, à l’enseignement des mathématiques (Cornu, 1992). Depuis 1980, les calculatrices sont obligatoires dans l’enseignement secondaire, elles peuvent être utilisées dans les examens régionaux et nationaux[1] et les programmes font obligation aux enseignants d’apprendre à leurs élèves à utiliser rationnellement ces outils. Le Ministère de l’Education Nationale a créé un département spécifique pour soutenir le développement et l’utilisation des nouvelles technologies. Un de ses buts est d’impulser l’intégration des EIAO (Environnements Interactifs d’Apprentissage avec l’Ordinateur) et il a, par exemple:

- développé une politique dite de ‘licence mixte’ permettant aux établissements d’acheter, à tarif très réduit, pendant une période de quatre ans, des logiciels sélectionnés sur la base d’appels d’offres réguliers (Cabri-géomètre et DERIVE ont fait partie de ces logiciels),

Educational Studies in Mathematics **33:** 133–169, 1997.

- soutenu la production et assuré la diffusion gratuite de documents et logiciels à tous les établissements.

Ce département aide aussi le développement de la recherche dans ce domaine, soit en créant des groupes de travail spécifiques, soit en négociant des contrats avec diverses institutions, notamment les IREMs et l'INRP.[2] Depuis plus de dix ans, également, de nombreux stages de formation sont organisés pour les enseignants et, dans chaque académie (unité administrative régionale pour l'enseignement), il existe un centre de ressources informatiques pour les enseignants et un correspondant académique pour les mathématiques.

En dépit de toutes ces initiatives, la pénétration des nouvelles technologies dans l'enseignement des mathématiques reste marginale et peu satisfaisante. Les élèves ont une calculatrice et s'en servent régulièrement mais l'apprentissage de cette utilisation n'est pris en charge que par un faible pourcentage des enseignants (environ 15%). Ceci a des conséquences négatives sur les conceptions et modes de fonctionnement des élèves (Trouche, 1994). Pour ce qui est des ordinateurs, malgré l'évolution notable de la qualité des équipements et des logiciels, l'intégration ne progresse que très lentement. Même après avoir suivi des stages de formation, les enseignants ne semblent pas clairement convaincus que les nouvelles technologies peuvent les aider à un coût raisonnable. Dans ces conditions, les limites de l'innovation, des pratiques de formation actuelles sont de plus en plus ressenties (Abboud, 1994). De fait, l'intégration des nouvelles technologies semble piégée dans une sorte de cercle vicieux: les difficultés rencontrées tendent à maintenir le système éducatif dans la phase de 'militantisme pionnier' qui accompagne régulièrement les innovations technologiques. Cet esprit militant permet à l'innovation de survivre, voire se développer, dans un système éducatif qui, le plus souvent, n'est pas écologiquement prêt à l'accepter. Mais inversement, il empêche de poser de façon satisfaisante et efficace les problèmes d'intégration, en conduisant à sous-estimer ou même à occulter des problèmes épistémologiques, cognitifs ou institutionnels importants.

Nous voudrions, par cet article, contribuer à éclairer ces problèmes en nous appuyant sur une recherche sur l'intégration du logiciel DERIVE, menée de 1993 à 1995. Précisons que notre propos n'est pas de décrire techniquement cette recherche et ses résultats, nous renvoyons pour ceci le lecteur à (Artigue et al., 1995). Après une présentation brève du projet global, nous expliciterons ses principaux fondements théoriques puis nous centrerons l'analyse sur l'identification de quelques phénomènes didactiques mis en évidence par la recherche qui, nous semble-t-il, jouent un rôle important dans les problèmes d'intégration. En conclusion, nous évoquerons les implications des résultats obtenus au niveau de la formation des enseignants.

2. PRESENTATION DE LA RECHERCHE DERIVE

2.1. *Contexte*

En 1991, le Ministère de l'Education Nationale a créé un groupe de travail pour développer la réflexion sur les potentialités des systèmes de mathématiques symboliques pour l'enseignement secondaire et supporter l'innovation dans ce domaine. Quinze enseignants et formateurs d'enseignants faisaient partie de ce groupe dont la première publication (Hirlimann, 1994) a été largement diffusée. En 1993, notre équipe de recherche en didactique a été sollicitée pour participer aux travaux du groupe et, plus précisément, pour étudier l'impact de l'utilisation de DERIVE sur les représentations et pratiques mathématiques des élèves de l'enseignement secondaire.[3]

2.2. *Objectifs et méthodologie*

Le but officiel du projet de recherche était celui que nous venons de mentionner. Mais, au delà de cette vision globale, il s'agissait pour nous d'essayer d'appréhender l'état actuel d'intégration de DERIVE dans l'enseignement secondaire et d'en comprendre les raisons. Pour cela, un certain nombre de questions nous semblaient cruciales:

- Comment les utilisateurs de DERIVE voyaient-ils les potentialités de DERIVE pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques?
- Jusqu'à quel point, leur discours était-il en accord avec la vie réelle de situations de classe avec DERIVE?
- Existait-il des caractéristiques techniques et/ou didactiques des processus d'enseignement et apprentissage avec DERIVE susceptibles d'expliquer les décalages dont nous soupçonnions l'existence entre discours et réalité?
- Les potentialités attribuées a priori à DERIVE pouvaient-elles être réellement mises en oeuvre dans des situations d'enseignement à ce niveau et, si oui, à quelles conditions?

Pour aborder ces questions, nous décidâmes de croiser deux méthodologies distinctes:

- Une méthodologie 'externe', à base de questionnaires (un pour les enseignants et un pour les élèves), pour préciser l'étendue de la pénétration de DERIVE dans l'enseignement secondaire et ses effets sur les représentations et pratiques des élèves,

- Une méthodologie 'interne', basée sur l'observation et l'analyse de situations d'enseignement avec DERIVE.

Ces deux méthodologies étaient vues comme complémentaires: la première devait fournir un panorama global, mais nous étions bien conscients qu'à travers des questionnaires, nous ne pouvions saisir que des rationalisations a posteriori, que de nombreux biais entâchaient ce type de méthodologie - surtout dans un contexte comme celui étudié, très marqué idéologiquement. La seconde méthodologie devait nous permettre un regard beaucoup plus fin et précis, mais elle restait très locale. Nous faisions l'hypothèse qu'en combinant les deux, nous compensions, au moins en partie, les limites de chacune d'elles. Le questionnaire élève fit l'objet d'une première version, testée en 1993 dans les classes des membres du groupe de travail. Le questionnaire enseignant n'eut, lui, qu'une version. Les deux questionnaires furent envoyés en 1994 à 57 enseignants volontaires. Parmi eux, 42 étaient des utilisateurs réguliers d'environnements informatiques dans l'enseignement, connaissant et utilisant DERIVE depuis plus d'un an. Le reste de l'échantillon était composé de 15 professeurs, non familiers de DERIVE, mais qui venaient d'achever un stage de formation conséquent sur ce logiciel.

Les observations de classe furent menées dans les classes des membres du groupe de travail national. Les professeurs de ce groupe devaient suggérer des situations qui, à leur avis, montraient particulièrement bien les potentialités de DERIVE pour l'enseignement et l'apprentissage. Il était entendu que nous intervenions le moins possible dans la préparation de ces situations puisque les membres du groupe étaient les experts DERIVE et leurs choix, un objet d'analyse. Nous leur demandions en revanche de fournir une analyse a priori de la séance projetée (cf. §3.), en répondant à un questionnaire spécifique qui avait été négocié au sein du groupe (nous voulions en effet disposer d'informations suffisantes pour l'analyse tout en n'imposant aux enseignants qu'une charge de travail raisonnable et formuler des questions ne nécessitant pas, pour leur compréhension, de formation didactique spécifique). Notre objectif était de comparer ces analyses a priori aux données collectées pendant les séances et aux impressions 'à chaud' des enseignants, en essayant de pointer et analyser les convergences et divergences éventuelles entre les différents types de données. Dix séances furent observées, avec des élèves de 14 à 18 ans. Au collège (14-15ans), les cinq séances observées le furent dans deux classes du même professeur; au lycée (16-18 ans), il y eut quatre professeurs différents pour cinq séances.

Dans cet article, nous ne présenterons que brièvement les résultats des questionnaires, renvoyant le lecteur intéressé à (Lagrange and Drouhard, 1995) et (Artigue et al., 1995).

Pour conclure cette brève présentation, nous voudrions souligner l'intérêt particulier que nous avons vu ici à travailler avec des enseignants experts dans l'utilisation d'EIAO:

- D'abord, cela permet d'identifier et expliciter une expertise que les experts eux-mêmes, très souvent, ont du mal à expliciter; ceci nous semble crucial dans la perspective de formation qui est la nôtre, au delà de la recherche fondamentale, et ce d'autant plus que, comme l'a bien montré M.Abboud dans sa thèse (Abboud, 1994), la formation actuelle des enseignants ne gère pas vraiment ces problèmes d'expertise,
- Ensuite, parce que les difficultés rencontrées par les experts, les différences constatées entre leurs attentes et le déroulement effectif des séances, sont, à notre avis, particulièrement importantes pour identifier les points 'aveugles' du système didactique et formuler des questions qui méritent une attention particulière de la part des chercheurs.

3. LES FONDEMENTS THEORIQUES DE LA RECHERCHE

Notre recherche s'appuie sur un certain nombre d'outils à la fois théoriques et méthodologiques, pour la plupart classiques pour les chercheurs français en didactique des mathématiques, mais qu'il semble nécessaire de présenter brièvement au lecteur qui ne partage pas cette culture. Ces outils, comme dans toute recherche, guident le questionnement et le regard porté sur la réalité complexe étudiée, fournissent des moyens pour son étude ainsi que des cadres pour l'interprétation des faits repérés. Nous nous référons ainsi à l'approche anthropologique du didactique développée ces dernières années par Y. Chevallard et ses élèves (Chevallard, 1992a; Chevallard, 1992b; Bosch, 1994). Cette approche nous semble ici essentielle pour deux raisons:

1. Elle nous permet de penser la question de l'intégration, de façon globale, en la considérant comme un phénomène social et institutionnel, de prendre de la distance avec les cadres d'analyse épistémologiques et cognitifs qui sont le plus souvent utilisés, pour restituer leur place nécessaire aux dimensions écologiques et institutionnelles de l'analyse. En particulier, elle nous conduit à interroger, en termes de viabilité écologique, l'environnement DERIVE, compte-tenu des contraintes

institutionnelles actuelles et à rapporter les données recueillies, notamment via les questionnaires, à cette analyse. Elle nous conduit aussi à nous interroger sur le coût des fonctionnements observés et à analyser, en fonction de ces coûts, leurs possibilités d'intégration par le système. Ces questions, de l'ordre du macrodidactique, sont essentielles dans la perspective qui est la nôtre.

2. L'approche anthropologique nous aide également à penser la dimension technique et instrumentale du travail mathématique qui, dans les analyses didactiques, est souvent laissée au second plan, au profit d'analyses de nature plus conceptuelle. Pour Y. Chevallard, les objets mathématiques n'existent pas en eux-mêmes mais émergent de systèmes de pratiques, des pratiques qui sont nécessairement des pratiques institutionnelles, au sens large donné à ce terme dans la théorie. Il appelle 'praxèmes' ces objets pris dans des pratiques, en insistant sur le fait que, si certains objets mathématiques nous paraissent exister per-se, c'est du fait de la naturalisation des pratiques associées: stables, naturalisées, elles nous deviennent transparentes.

Cette approche par les pratiques conduit à accorder une attention toute particulière à la dimension 'technique' de l'activité mathématique ainsi qu'à ses moyens sémiotiques. En effet, toute activité mathématique provient alors de la mise en pratique, par les acteurs de cette activité, d'une technique - le mot technique prenant bien sûr par là même un sens beaucoup plus général que celui qui lui est attribué usuellement - les techniques les plus fréquentes tendant à être normalisées au sein des institutions dans lesquelles elles vivent sous formes de 'techniques officielles'. Le travail technique s'appuie sur des 'ostensifs' qui sont les moyens sémiotiques de l'activité et appartiennent à des registres sémiotiques variés. La question de l'analyse de l'activité mathématique se pose alors en termes d'analyse de techniques, de technologies (discours accompagnant et justifiant ces techniques) et de théories conçues, à un second niveau, comme des technologies de la technologie. La question de l'apprentissage mathématique se pose, quant à elle, en termes de développement de rapports personnels à des objets donnés, compte-tenu des rapports institutionnels en vigueur.

Ce point de vue nous semble particulièrement intéressant dans un contexte comme celui étudié ici où l'introduction d'un nouvel instrument pour l'activité mathématique peut déstabiliser le champ des pratiques associées à un objet donné et où il appartient donc, pour comprendre certains phénomènes didactiques, d'étudier ces déstabilisations. Pour ce faire, il faut d'une part rendre à nouveau visibles et interrogeables par l'analyse didactique, des pratiques devenues transparentes, d'autre part s'interroger sur les modifications susceptibles d'intervenir dans l'économie des techniques et leur signification en termes d'apprentissage du fait des modifications sémiotiques et instrumentales apportées à l'activité mathématique.

Une autre dimension essentielle, du point de vue théorique, nous semble celle du fonctionnement des savoirs. Nous nous référons sur ce point à la théorie de la transposition didactique développée elle aussi par Y. Chevallard (Chevallard, 1985), mais en incorporant à cette dernière, les raffinements introduits par N. Balacheff, via la notion de transposition informatique (Balacheff, 1994). Le concept de transposition didactique renvoie à un besoin: celui de ne pas confondre les mathématiques enseignées avec de simples élémentarisations de la connaissance savante et de se donner les moyens, pour les comprendre, de prendre en compte les processus qui les façonnent. Même dans les cas, fréquents en mathématiques, où le savoir enseigné semble dériver directement des mathématiques savantes, ces processus sont complexes: des savoirs mathématiques sont à un moment donné désignés comme des savoirs à enseigner. Ils subissent alors tout un processus adaptatif visant à leur permettre de s'insérer dans un ensemble d'objets d'enseignement déjà existants. Ces savoirs à enseigner, désignés et déjà façonnés dans le cadre de l'élaboration des programmes par la 'noosphère', sont ensuite digérés par le système éducatif en plusieurs étapes: via leur intégration dans des manuels qui serviront de référence essentielle aux enseignants, puis via leur intégration effective dans l'enseignement. A chaque étape du processus, ils sont modelés, transformés en fonction de contraintes qui n'ont rien à voir avec les contraintes qui gouvernent le développement des savoirs savants. La théorie de la transposition didactique nous aide à éviter toute naïveté dans ce domaine, elle nous aide aussi à repérer les régularités existantes dans les différentes étapes de ce processus de transformation et à en identifier les raisons.

L'introduction d'environnements informatiques nous conduit à complexifier ce schéma, en prenant en compte les contraintes liées à l'implantation informatique des savoirs (transposition informatique). Ces nouvelles contraintes vont intervenir à deux niveaux différents: celui de la représentation et du traitement interne des savoirs en machine, et celui de la représentation et du traitement à l'interface.

Le travail analytique d'identification des contraintes est essentiel pour comprendre les fonctionnements possibles du savoir permis par un logiciel donné, pour analyser les décalages nécessairement existants avec les fonctionnements scolaires usuels de ce savoir et identifier les conflits et les problèmes de légitimité institutionnelle qui peuvent en résulter. Il permet aussi, à un second niveau, comme le souligne Balacheff, d'aborder la question de la validité épistémologique du logiciel, une validité qui s'inscrit dans trois dimensions au moins: celle de l'espace de problèmes auquel l'environnement donne accès, celle des caractéristiques fonctionnelles et sémiotiques de l'interface, celle enfin de la cohérence interne et de la tolérance du dispositif qui met en jeu à la fois l'univers interne et l'interface.

En ce qui concerne enfin le fonctionnement des élèves, nous souhaitons pouvoir accorder une importance centrale dans l'analyse à la mise en rapport des comportements observés et des caractéristiques des situations dans lesquelles ils sont produits. Ceci nous conduit à nous situer dans une perspective qui est globalement celle de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1986). Elle nous conduit à percevoir, de façon classique, l'apprentissage comme un processus d'adaptation, où les connaissances apparaissent comme des moyens de maîtriser des situations de nature sociale, et à distinguer, dans la modélisation des phénomènes d'adaptation en jeu dans une session d'enseignement, deux catégories principales: des adaptations qualifiées d'a-didactiques et des adaptations qualifiées de didactiques, le fonctionnement global de l'élève résultant d'une imbrication de ces deux types d'adaptations.

Les adaptations a-didactiques sont celles qui mettent en jeu un sujet modélisé comme sujet 'cognitif': les adaptations s'effectuent par rapport à une situation vécue comme mathématiquement problématique, mais sans que l'on y fasse intervenir pour autant de régulation didactique. Elles sont analysables en termes d'actions (dont la mise en oeuvre de techniques), organisées ou non en stratégies, de coût; leur signification est recherchée en identifiant les prises de décisions dans un ensemble de possibles, compte-tenu des possibilités d'actions et des rétroactions offertes par le 'milieu'.

L'introduction d'environnements informatiques nous conduit à prendre en compte dans l'analyse de ces adaptations a-didactiques la nécessaire imbrication d'adaptations de nature mathématique et d'adaptations à l'environnement informatique. Nous y reviendrons à propos de la notion de milieu.

Les adaptations didactiques sont celles qui mettent en jeu un sujet modélisé comme sujet 'institutionnel'. Elles s'effectuent en particulier en s'appuyant sur les connaissances de l'élève relatives à la coutume didactique et au contrat didactique, c'est à dire relevant de règles parfois explicites mais le plus souvent implicites qui règlent les attentes respectives et le jeu des acteurs de la relation didactique.

Dans la théorie des situations didactiques, le 'milieu a-didactique' (Brousseau, 1988) est défini comme le système antagoniste du sujet dans le jeu a-didactique qui modélise une situation donnée. L'élève agit sur le milieu et les modifications du milieu fournissent en retour à l'élève des rétroactions qui vont guider les adaptations. C'est par le milieu qu'est médiatisée la relation a-didactique au savoir mathématique et son analyse est donc essentielle. Le milieu a-didactique est composé d'objets, objets matériels mais aussi objets mathématiques suffisamment familiers pour que le rapport des élèves à ces derniers puisse être considéré comme stable (au moins momentanément). Dans l'enseignement traditionnel des mathématiques, la complexité du milieu est directement liée à celle de ses composants mathématiques, les composants matériels sont en effet généralement simples et peu nombreux. L'utilisation d'environnements informatiques ou même de calculatrices bouleverse ces équilibres usuels entre composants mathématiques et non mathématiques et confronte l'enseignant et le didacticien à des difficultés nouvelles. Comme nous l'avions montré dans (Artigue et al., 1993), nous avons en particulier tendance à considérer trop rapidement comme des rapports inertes, stabilisés, les rapports des élèves aux éléments basiques de l'environnement informatique, à minimiser et mal contrôler le rôle joué dans l'adaptation a-didactique par l'adaptation à cet environnement. En d'autres termes, nos analyses ne prennent pas suffisamment en compte tout le passage du logiciel et de l'ordinateur plus généralement, de l'état d'artefact à celui d'instrument au service du travail mathématique de l'élève.

Dans le cadre de la théorie des situations didactiques, il nous semble donc ici particulièrement important de s'interroger sur les caractéristiques générales des milieux intégrant l'utilisation de DERIVE, mais aussi sur les caractéristiques du milieu dans telle ou telle situation précise, pour donner sens aux comportements observés. Il nous semble aussi important de s'interroger sur le pilotage possible de certaines de ces caractéristiques pour favoriser les adaptations souhaitées ainsi que sur les décalages éventuels constatés entre analyse a priori et réalisations effectives, entre les rapports supposés des élèves à l'environnement informatique et les rapports effectifs.

Précisons, pour achever ce paragraphe sur nos fondements théoriques, que le paradigme expérimental choisi pour les expérimentations est basé sur l'explicitation d'une analyse a priori des situations observées et la confrontation a posteriori de cette analyse avec les données issues de la réalisation effective. Ce paradigme est étroitement lié à la théorie des situations didactiques et aux rapports à l'expérimentation en classe qui se sont développés dans son cadre, via la méthodologie d'ingénierie didactique (Artigue, 1988). Il découle du fait qu'on ne s'intéresse pas aux comportements des élèves per se mais aux rapports de ces comportements aux caractéristiques de leurs conditions de productions, seuls susceptibles de permettre leur interprétation en termes de connaissance. L'anticipation de l'analyse a priori est là pour garantir la réalité du jeu scientifique joué et limiter les reconstructions et rationalisations a posteriori. Dans la confrontation aux attentes, l'accent est mis sur les décalages entre analyse a priori et a posteriori (phénomènes prévisibles qui ne se sont pas produits et phénomènes non prévus qui se sont produits) car c'est à travers eux qu'est testée indirectement la validité des hypothèses qui ont conduit à l'analyse a priori.

4. LES POTENTIALITES DE DERIVE ET LES REPONSES AUX QUESTIONNAIRES

4.1. *Les potentialités de DERIVE*

Leur travail d'innovation avait conduit nos experts à expliciter les potentialités qu'ils voyaient à l'utilisation de DERIVE pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. En accord avec la littérature sur DERIVE existant à l'époque, (Böhm, 1993) par exemple, ils attribuaient à DERIVE les avantages suivants:

- DERIVE permet plus aisément la mise en oeuvre de démarches expérimentales en mathématiques,
- DERIVE permet d'intégrer au curriculum des problèmes plus intéressants et plus riches que les problèmes scolaires usuels,
- DERIVE permet un enseignement plus convivial et il permet aussi plus facilement d'individualiser l'enseignement en fonction de besoins particuliers,

avantages qui, bien sûr, étaient perçus comme accroissant la motivation des élèves à s'engager dans des tâches mathématiques.

A un niveau plus cognitif, ils estimaient que:

- DERIVE peut compenser jusqu'à un certain point les difficultés mathématiques rencontrées par les élèves, notamment les difficultés avec le calcul numérique ou l'algèbre élémentaire, et leur permettre de continuer à apprendre, sans être sans cesse arrêtés par les mêmes obstacles (cf. la théorie de l'étayage développée dans (Kutzler, 1994)),
- DERIVE peut favoriser un fonctionnement plus réflexif, stratégique et conceptuel, en libérant l'élève du travail technique,
- DERIVE peut aider au développement d'images mentales, via les possibilités offertes de visualisation, et à une meilleure compréhension des liens existant entre les cadres numérique, graphique et algébrique, via la possibilité d'utilisation conjointe de ces différents cadres,
- DERIVE peut aider à développer de façon plus satisfaisante un travail syntaxique en algèbre, en libérant ce type de travail du fonctionnement

au contrat didactique auquel il obéit usuellement, pour le faire vivre comme moyen d'adaptation à un milieu a-didactique; il peut aussi aider à renforcer la dimension 'généralisatrice' de ce domaine, via des tâches de généralisation basées sur des reconnaissances de forme,

- DERIVE peut contribuer à la mathématisation des 'gestes' de l'algèbre, en favorisant leur explicitation sous forme d'instructions ou de suites d'instructions ayant un statut opérationnel, par exemple dans la résolution d'équations et d'inéquations,
- DERIVE, enfin, peut compenser certains effets négatifs des calculatrices sur les conceptions des nombres développées par les élèves, via la possibilité offerte de calculs exacts.

Il s'agit là d'hypothèses même si, dans la littérature, elles sont souvent présentées comme des affirmations. Jusqu'à quel point cette vision de DERIVE et de ses potentialités se répercute-t-elle dans les questionnaires, c'est ce que nous étudierons dans le paragraphe suivant.

4.2. *Les résultats des questionnaires*

Les données recueillies par voie de questionnaire montrent clairement qu'à de rares exceptions près, on peut difficilement considérer qu'il y a eu intégration de DERIVE à l'enseignement. Parmi les 57 professeurs contactés et volontaires, 25 seulement ont utilisé DERIVE avec leurs élèves pendant l'année scolaire et aucun d'entre eux ne fait partie du groupe des 'novices', issus du stage de formation. Les raisons données font apparaître des contraintes matérielles et institutionnelles imprévues, excepté pour les novices, qui déclarent généralement ne pas s'être sentis assez en confiance avec DERIVE pour l'utiliser si vite avec leurs élèves.

Le nombre de séances d'utilisation de DERIVE dépasse rarement la dizaine. Il est clair qu'une utilisation aussi réduite correspond à une utilisation épisodique et qu'elle ne permet qu'une familiarité limitée avec le logiciel. Ceci s'explique une fois de plus par des contraintes matérielles et institutionnelles mais aussi par le fait que le temps d'ordinateur disponible est partagé entre l'utilisation de différents logiciels et que, du fait des programmes, les logiciels de géométrie paraissent au moins aussi utiles que DERIVE.

Ces caractéristiques de l'utilisation se reflètent dans les réponses au questionnaire élève. Celui-ci demandait notamment aux élèves de se situer par rapport à un certain nombre d'opinions. Les données correspondantes ont été traitées en utilisant et adaptant les méthodes d'analyse statistique implicative développées autour de R.Gras (Gras and Larher, 1992). Ce type d'analyse a en effet l'avantage de mettre en évidence des relations dissymétriques d'implications entre les réponses et il a permis d'identifier ce que nous avons appelé des 'filiations d'opinions'[4]. Les réponses aux questions plus ouvertes ont ensuite été rapportées à ces filiations pour aider à en tester la cohérence et en faciliter l'interprétation. Quatre filiations ont été ainsi identifiées .

4.2.1. *La filiation de 'refus'.*

Elle est fortement minoritaire dans la population et se décompose en deux sous-filiations, comme montré dans la figure 1. Dans le premier cas, le refus de DERIVE est lié aux difficultés que les étudiants ont rencontré dans l'utilisation du logiciel; dans le second cas, il est lié au fait que DERIVE prend à l'élève son travail technique usuel, la part la plus accessible du travail mathématique. Il y a sans doute là, la crainte de voir l'utilisation de DERIVE conduire à la complexification des tâches proposées, notamment dans les évaluations.

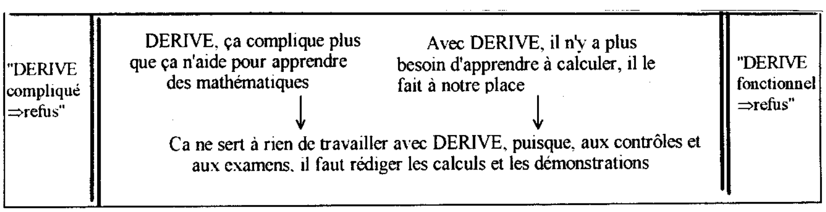

Figure 1. Filiation de refus

4.2.2. *La filiation de 'confiance aveugle'*

Il s'agit là encore d'une filiation minoritaire, plus souvent présente chez les élèves les plus jeunes qui ont surtout utilisé DERIVE dans des tâches de calcul numérique et d'algèbre élémentaire. Elle est représentée dans la figure 2.

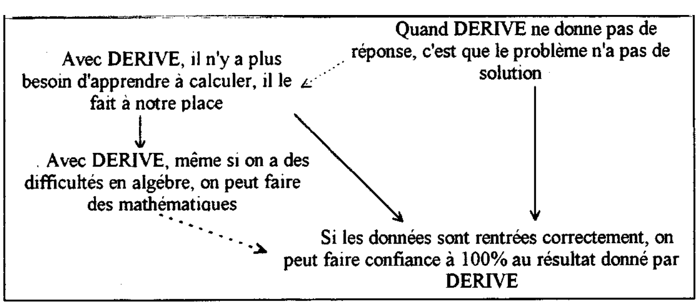

Figure 2. Filiation de confiance aveugle

4.2.3. *La filiation 'DERIVE outil pour calculer et vérifier des résultats'*
C'est clairement la filiation majoritaire. Elle est particulièrement bien représentée chez les élèves des deux dernières années du lycée. Ceux qui sont le plus familiers avec DERIVE (comme le montre la comparaison avec les réponses aux autres questions) soulignent, au delà des instrumentations les plus simples, le rôle de DERIVE dans le pilotage de calculs complexes. Cette filiation est représentée dans la figure 3.

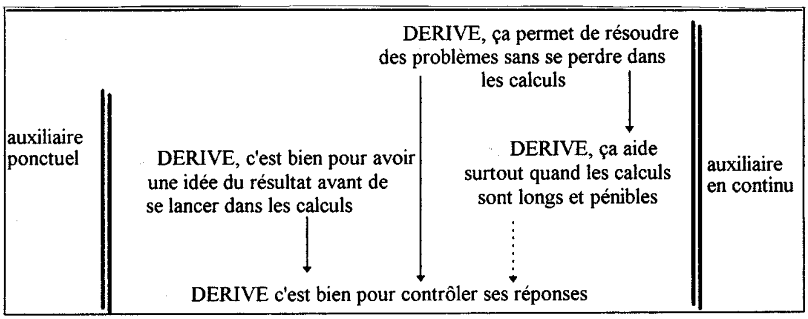

Figure 3. Filiation DERIVE outil pour calculer et vérifier des résultats

4.2.4. *La filiation 'DERIVE comme outil d'apprentissage'*
Cette dernière filiation est, elle aussi, minoritaire. Elle se divise en deux grandes tendances (cf. figure 4): dans la première, la contribution de DERIVE aux apprentissages est exprimée en termes de changements dans l'activité mathématique, dans la seconde, ce qui est souligné c'est l'apport de DERIVE à une meilleure compréhension des mathématiques. Cette filiation apparaît très étroitement liée aux utilisations les plus intensives de DERIVE.

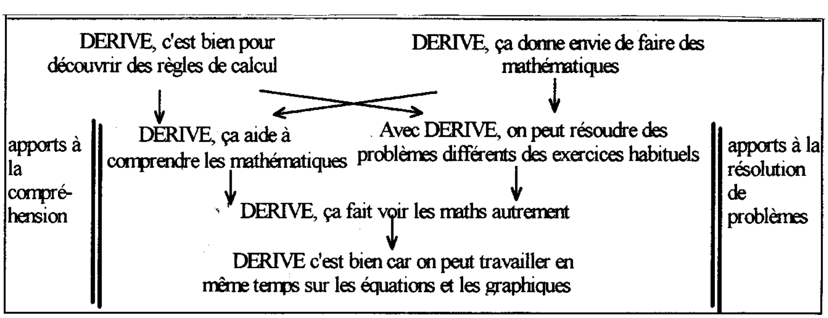

Figure 4. Filiation DERIVE comme outil d'apprentissage

Ces résultats montrent tout à fait clairement, nous semble-t-il, ce que l'on peut raisonnablement espérer des formes d'intégration qui vivent majoritairement dans le système secondaire français aujourd'hui. Les professeurs dont les élèves ont été interrogés étaient tous des utilisateurs réguliers des EIAO et de DERIVE. Ils ont une relation positive à ces environnements et la font visiblement partager à la grande majorité de leurs élèves, en dépit des contraintes diverses rencontrées. DERIVE est principalement perçu comme un outil pour effectuer des calculs pénibles et vérifier les résultats obtenus dans des environnements standard. Cette constatation ne doit pas nous surprendre: il s'agit là en effet des fonctionnalités du logiciel les plus faciles à mettre en oeuvre. En revanche, on voit qu'il n'est pas aussi facile de faire partager une vision de DERIVE comme outil de compréhension, d'apprentissage. Très peu d'élèves expriment ce point de vue et, même parmi ceux qui ont le plus utilisé DERIVE, en particulier ceux qui en disposaient en permanence sur Quaderno[5], c'est plutôt le changement dans le type d'activité mathématique qui est perçu: le projet long autour de la modélisation de la carrosserie de voiture semble ainsi avoir acquis une valeur emblématique pour les élèves de la classe de première scientifique de Lyon (Aldon, 1995).

Les réponses au questionnaire enseignant confirment cette analyse. Les professeurs expriment la conviction que DERIVE présente des potentialités pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, ils formulent des opinions qui sont en accord avec celles exprimées par nos experts mais insistent sur le rôle négatif des contraintes matérielles et institutionnelles. Certains expriment aussi les difficultés qu'ils rencontrent à mettre en oeuvre leurs idées, écrivant par exemple que DERIVE finalement ne supprime pas les difficultés calculatoires autant qu'ils le pensaient, que, même avec l'aide de DERIVE, il est difficile de gérer efficacement des activités expérimentales, sans que l'on puisse toutefois dire à quoi ils attribuent au fond ces difficultés.

Il existe donc un décalage certain entre les potentialités attribuées a priori à DERIVE par les enseignants et ce que montrent les réponses aux questionnaires. Les premières sont essentiellement formulées en termes de gains possibles au niveau de l'apprentissage, du fait des changements permis par l'environnement dans l'organisation des rapports de l'élève au savoir, les secondes, beaucoup plus rarement. Ceci nous semble révélateur d'un problème réel et montre la nécessité d'étudier, via l'analyse de processus précis d'enseignement, ce qui, dans les scénarios didactiques actuels, favorise ou au contraire, bloque l'actualisation des potentialités théoriques. C'est à ces questions que sera consacrée la suite de cet article.

5. LES OBSERVATIONS: DEUX GRANDES CATEGORIES DE SITUATIONS

Les situations observées sont de nature différente. Il nous semble nécessaire, pour l'analyse, d'en distinguer au moins deux types:

- Des situations construites autour de DERIVE. Dans ces situations, DERIVE apparaît comme un élément essentiel du milieu a-didactique, son utilisation doit permettre de mettre en scène un rapport au savoir mathématique spécifique.
- Des situations où DERIVE est un élément plus périphérique du milieu a-didactique, il apparaît comme un instrument du travail mathématique, à la disposition de l'élève, qui est généralement libre ou non de l'utiliser; il doit permettre d'augmenter la viabilité et la productivité mathématique de la situation, sans être pour autant essentiel à sa définition.

Illustrons cette distinction en présentant brièvement deux situations qui seront exploitées dans la suite. Dans la première, au niveau collège, DERIVE est utilisé pour mettre en scène dans un processus a-didactique, un travail sur le parenthésage et les écritures fractionnaires. On joue ici sur la possibilité de représentation spatiale offerte par DERIVE, pour construire une situation où les contraintes formelles d'écriture et notamment de parenthésage vont pouvoir apparaître à l'élève comme des contraintes d'un milieu a- didactique et non comme des exigences du contrat didactique. D'autre part, le milieu va fournir à l'élève un certain nombre de rétroactions lui permettant de réguler son action et progresser dans son rapport aux écritures formelles. Les élèves reçoivent une liste d'expressions (cf. annexe 1) de complexité diverse. Ils doivent les entrer sous DERIVE (ce qui induit le passage de l'écriture spatiale usuelle à une écriture linéaire) et ont réussi lorsque l'expression affichée par DERIVE à l'interface est identique à l'expression papier/crayon (P/C dans la suite). Il ne s'agit pas là d'un travail spectaculaire, mais l'on sait bien la difficulté de faire vivre ce type de travail mathématique, nécessaire à l'appréhension des expressions algébriques, de façon satisfaisante, dans les environnements usuels. DERIVE permet donc ici, a priori, la mise en place d'un dispositif didactique plus satisfaisant, pour gérer un problème d'enseignement identifié.

La seconde situation se situe au niveau terminale (dernière année du lycée). Il s'agit d'un problème de recherche de fonctions sous contraintes présenté de façon ouverte aux élèves. Ils doivent trouver successivement des fonctions f répondant aux conditions suivantes:

Conditions initiales:

f est dérivable sur l'intervalle [0,6] et f(0)=4

Le graphe de f reste sur cet intervalle à l'intérieur du polygone de sommets:

O (0,0), P (0,4), Q (0.4,4), R (0.4,0.4), S (6,0.4) et T (6,0)

Condition supplémentaire 1: f'(0)=0

Condition supplémentaire 2: f n'est pas décroissante sur [0,6]

Dans cette situation, le fait de travailler en salle informatique, le fait qu'un fichier permettant le tracé rapide de la zone polygonale soit fourni aux élèves sous DERIVE, induit le recours à DERIVE, mais rien n'oblige les élèves à organiser leur travail autour de cet outil et ce d'autant plus qu'ils disposent tous de calculatrices graphiques qui leur sont bien plus familières que le logiciel. Dans cette situation, on estime que DERIVE peut aider la recherche, notamment en permettant un meilleur appui perceptif, une articulation du travail dans les cadres algébrique et graphique (Douady, 1986), en offrant la possibilité de gérer des familles de fonctions via la fonction VECTEUR, et qu'il peut, en particulier, rendre cette recherche suffisamment productive, dans la durée qui lui est impartie, à savoir 1h15.

Dans le premier type de situation, le contrôle didactique de l'environnement DERIVE semble essentiel, vu sa position centrale dans le milieu. Dans le second, les problèmes semblent se poser plus en terme d'ergonomie du logiciel, de familiarité nécessaire avec l'environnement pour que les questions posées par la gestion du logiciel ne prennent pas le pas sur le travail mathématique visé. Nous n'organiserons cependant pas la présentation des résultats autour de ces différences. Nous préférons regrouper en effet les phénomènes identifiés par rapport à deux grandes catégories: celle des phénomènes liés aux mécanismes de transposition des savoirs, celles des phénomènes liés aux mécanismes d'adaptation des élèves, tout en ne perdant pas de vue que ces phénomènes, transversaux aux types de situation, auront, suivant leur type, un effet plus ou moins décisif sur la viabilité et l'efficacité du dispositif didactique élaboré.

6. PHÉNOMÈNES DIDACTIQUES LIÉS AUX MÉCANISMES DE TRANSPOSITION DES SAVOIRS

Les situations en environnement DERIVE mettent en jeu deux espaces de transposition des savoirs: l'espace usuel, forcément présent même si les élèves travaillent avec DERIVE et l'espace de transposition propre à DERIVE. A chaque espace sont associés des représentations et modes de traitement des objets mathématiques, des modes de validation, chacun est doté d'une certaine légitimité didactique. Or il existe nécessairement entre ces deux espaces des décalages, ne serait-ce qu'en raison de la nécessaire transposition informatique des savoirs dans DERIVE. Leur imbrication, dans une même situation, est donc susceptible d'engendrer des tensions voire des conflits, produisant ainsi des phénomènes didactiques spécifiques. Nous nous centrerons ici sur deux d'entre eux, qui nous ont semblé particulièrement importants pour deux raisons:

- la régularité de leur intervention, dans les observations menées,
- la non-anticipation de ces phénomènes et de leurs effets possibles dans les analyses a priori.

6.1. *Le phénomène de pseudo transparence*

Ce phénomène renvoie à des décalages dans les modes de représentation (interne et à l'interface) des objets. Contrairement à ce que l'on pourrait penser, ces décalages perturbent d'autant plus le fonctionnement didactique qu'ils sont, en apparence, minimes. Nous illustrerons d'abord ce phénomène, en nous reportant à la première situation décrite plus haut. Dans cette situation, la validation est basée sur la conformité sémiotique de l'expression P/C fournie par l'enseignant et de l'expression affichée sur l'écran. On fait d'autre part l'hypothèse que les décalages constatés entre écritures seront des rétroactions du milieu permettant l'adaptation progressive et la réussite. L'analyse a priori explicitait ceci et, à sa lecture, dans les simulations de résolution que nous avions effectuées, rien n'avait alerté notre attention. L'observation fine des élèves va mettre en évidence des décalages que nous avions inconsciemment gommés, corrigés.

DERIVE, par exemple, supprime à l'affichage un certain nombre de parenthèses, inutiles dans les écritures usuelles (vues les conventions et règles de priorité), mais ceci n'est pas systématique. L'interface de DERIVE affiche d'autre part, de la même façon, deux types de crochets: ceux introduits par l'utilisateur et ceux que donnent, à l'affichage, les parenthèses lorsqu'elles enferment des expressions à plusieurs étages. En revanche, dans la représentation interne, il s'agit de deux objets différents et ils sont gérés différemment par certaines commandes DERIVE, comme la commande de simplification utilisée dans cette séance. Ainsi par exemple, l'entrée des expressions 1, 2 et 3 et les actions 4 et 5:

#1: a+2/5-(a+2)/5
#2: a+2/5-((a+2)/5)
#3: a+2/5-[a+2]/5
4. Simplification des expressions 1 ou 2,
5. Simplification de l'expression 3,

produisent des affichages reproduits dans la figure 5.

Certains élèves, suivant scrupuleusement la consigne, passent un certain temps à essayer de faire réapparaître à l'affichage les parenthèses entourant

$$1: \quad a + \frac{2}{5} - \frac{a + 2}{5}$$

$$2: \quad a + \frac{2}{5} - \frac{a + 2}{5}$$

$$3: \quad a + \frac{2}{5} - \frac{[a + 2]}{5}$$

$$4: \quad \left[- \frac{a + 2}{5}\right] + a + \frac{2}{5}$$

$$5: \quad \frac{4\ a}{5}$$

Figure 5.

la fraction $\frac{a+2}{5}$ dans l'écriture papier donnée. Y arrivant, par exemple via l'expression 3, ils se demandent cependant s'ils ont bien réussi puisqu'ils obtiennent des crochets et non des parenthèses, que ces crochets entourent le numérateur et non la fraction entière. La simplification de l'expression 3, ensuite, souvent les perturbe: elle ne correspond en effet pas du tout à leur attente, la somme de fractions n'est pas réduite à une seule fraction, l'ordre des termes est mystérieusement changé ! (soulignons que cette perturbation précise était voulue par l'enseignant qui avait demandé la simplification des expressions pour motiver une discussion sur le 'sens' de ce terme).

Bien sûr, c'est avec les élèves les plus faibles que les décalages entre les caractéristiques sémiotiques des deux environnements sont le plus perturbatrices. Un groupe de deux filles, par exemple, est dès le départ arrêté par le fait que le clavier ne dispose que d'une touche pour le trait horizontal de fraction, alors que pour elles, le repérage dans les écritures fractionnaires passe par la différenciation des longueurs des traits horizontaux: il faut faire un grand trait pour repérer le niveau principal. Rassurées par l'enseignant, elles entrent la première expression sans parenthésage aucun et s'estiment satisfaites du résultat, laissant à DERIVE visiblement le soin de gérer à sa façon les longueurs des traits de fraction. Les difficultés mathématiques qu'elles ont avec le parenthésage, qui obéit visiblement plutôt pour elles à un rite qu'à une nécessité mathématique, se révèlent avec l'expression 3 (cf. annexe 1) qu'elles finiront d'ailleurs par abandonner. Difficultés mathématiques et phénomènes de pseudo-transparence se conjuguent alors pour rendre l'environnement particulièrement incompréhensible.

Elles entrent en effet d'abord l'expression: 3+3/3+3/5, obtenant à l'affichage: $3 + \frac{3}{3} + \frac{3}{5}$. Elles relient immédiatement la non conformité du résultat à un manque de parenthèses et entrent: 3+(3/3)+(3/5), obtenant le même affichage que précédemment. Ce phénomène leur semble tout à fait anormal et elles recommencent l'opération, obtenant le même résultat. Après plusieurs tentatives analogues, elles appellent l'enseignant à qui elles disent 'ne pas arriver à faire un trait de fraction assez long'. Le professeur, surpris, utilise alors la touche de recopie F3 pour faire réapparaître, sur la ligne d'édition, l'expression qu'elles ont entrée. Sur la ligne d'édition, s'affiche alors: 3+3/3+3/5, DERIVE ne réintroduisant pas les parenthèses tapées par les élèves. Il s'ensuit un quiproquo, l'enseignant voulant leur faire dire qu'elles ont oublié les parenthèses, les élèves de leur côté disant que non, que c'est la faute à DERIVE.

Dans la même situation, l'expression 10 proposée (cf. annexe 1) conduira, elle aussi, à des interprétations de conformité surprenantes. En effet, l'interface de DERIVE ne prolongeant pas les signes radicaux, il est impossible de produire une expression sémiotiquement conforme. Et les expressions entrées sans parenthèses apparaissent perceptivement plus proches de l'original que celles correspondant à des entrées correctes qui se traduisent à l'interface par des ajouts de parenthèses ! Cet exemple peut paraître anecdotique et caricatural. La première tentation est toujours de considérer que l'enseignant a mal choisi ses exemples, que s'il avait mis des parenthèses simplement autour de a+2, dans la première expression citée, s'il avait évité les symboles radicaux, ces problèmes ne seraient pas intervenus et tout aurait été parfait. La seconde tentation est d'incriminer l'ergonomie de ce logiciel particulier, l'incohérence mise en évidence entre représentation interne et interface. Ces tentations nous semblent dangereuses. Certes, dans beaucoup de situations, des choix habiles peuvent minimiser les perturbations liées aux phénomènes de pseudo-transparence, certes le logiciel peut être amélioré, mais ceci ne modifie en rien le problème fondamental qui est celui de la coexistence au sein d'une même situation de deux espaces de transposition proches mais distincts et des effets incontournables de cette coexistence. Nous les retrouvons d'ailleurs, sous des formes diverses, dans la plupart des situations observées. A l'observation, ils apparaissent en premier lieu comme des éléments perturbateurs, des parasites par rapport au travail mathématique prévu, qu'il s'agit simplement de réduire au maximum. Cette vision ne résiste pas nécessairement à une analyse plus approfondie. Car ils apparaissent aussi comme des éléments souvent mathématiquement ou didactiquement exploitables, à condition d'être acceptés et contrôlés. Ils peuvent ainsi agir didactiquement comme des révélateurs. Dans cette situation, par exemple, la confrontation des deux espaces, les conflits et doutes qu'elle permet de générer, va mettre à jour et faire expliciter les repères utilisés par les élèves pour lire les expressions et la distance éventuellement existante avec ceux visés par l'enseignement. Ils permettent aussi de faire naître et vivre des interrogations que l'immersion dans un seul espace de transposition, de ce fait complètement naturalisé, ne permet pas nécessairement de rendre viables. Ainsi, dans cette situation, la prise de conscience de l'existence possible de conventions d'écriture différentes de celles instituées dans la classe, va servir de moteur à une discussion collective très intéressante, sur la différence entre règles et conventions dans l'écriture algébrique, dans la séance de bilan qui suit l'observation.

La mise en évidence de ce phénomène questionne bien sûr le dispositif didactique construit: comment baser la dévolution d'une situation sur l'idée de conformité sémiotique, alors même que celle-ci ne peut être que partielle ? Il est clair ici que la dévolution initiale devra être assouplie par l'enseignant, s'il ne veut pas voir les élèves se perdre dans des recherches de conformité sans intérêt mathématique. Les observations faites semblent montrer que c'est possible car il y a ici peu de problèmes de conformité différents à gérer, lorsque les élèves disposent déjà de certaines compétences de lecture; alors, le dispositif didactique construit répond bien aux attentes. Elles montrent aussi qu'avec des élèves plus éloignés des connaissances visées, le dispositif didactique, reposant sur la possibilité de reconnaissance des non-conformités pertinentes, ne fonctionne pas aussi bien.

6.2. *Le phénomène de double référence*

Se situer dans un espace de transposition, c'est aussi, comme nous l'avons écrit plus haut, se donner un cadre pour l'interprétation des tâches proposées, pour le choix des actions qui vont être associées à leur résolution (le terme action étant ici pris dans un sens très large), pour gérer leur légitimité comme celle des résultat obtenus. Le phénomène de double référence renvoie à des décalages se situant à ce niveau. Nous voudrions l'illustrer lui aussi par un exemple, en quelque sorte, typique. Le problème, posé en classe de première scientifique, est le suivant: proposer, sous forme de conjectures, des factorisations du polynôme $X^n - 1$. Cette situation fait suite à l'enseignement sur les polynômes qui, à ce niveau, relie factorisation et racines (dans le cadre réel). Les élèves y ont développé des techniques de factorisation par division, identification de coefficients, application d'identités remarquables, appliquées à des cas simples. Le problème posé n'est en rien un problème classique à ce niveau. La situation est plutôt présentée, dans l'analyse a priori, comme une situation du second type: DERIVE est un outil à la disposition des élèves qui peuvent l'utiliser ou non, même si l'analyse insiste sur le fait que des élèves de première ne peuvent aller très loin sans aide technique et que DERIVE va jouer sans doute un rôle décisif pour ouvrir le champ des conjectures possibles et pour aider le travail technique.

Les observations vont montrer que deux interprétations possibles de la tâche sont possibles, l'une conforme à cette présentation, l'autre centrée sur le fonctionnement de DERIVE. Avant d'aller plus loin, précisons que DERIVE propose cinq options de factorisation: trivial, sans carrés, rationnel, radical, complexe et que les élèves se centreront très vite sur la recherche de factorisations à coefficients entiers, utilisant quasi exclusivement l'option de factorisation rationnelle. La théorie mathématiques des factorisations rationnelles, les algorithmes implantés dans DERIVE pour la réaliser, sont bien sûr hors du champ de l'enseignement secondaire. DERIVE fonctionne donc nécessairement pour les élèves comme une boîte noire, une boîte noire dont la légitimité mathématique n'a pas de raison d'être questionnée.

Avec la première interprétation de la tâche, il s'agit de produire, en se servant de DERIVE comme outil, des théorèmes de factorisation. La tâche pourrait être posée dans un dispositif n'incluant pas DERIVE. Le fait d'utiliser DERIVE la modifie cependant. Et, même si ce n'est pas l'objet précis de ce paragraphe, nous voudrions insister sur les techniques que l'utilisation de DERIVE va conduire à mettre en jeu. En effet, les factorisations par X-1, pour tout n, par (X-1)(X+1) pour n pair sont prévisibles à ce niveau, compte-tenu du théorème liant racines d'un polynôme et factorisation. L'obtention du facteur restant peut se faire à la main, mais nécessite une gestion des indices, délicate à ce niveau d'enseignement. On peut donc prévoir que les élèves vont plutôt essayer de faire produire par DERIVE ces factorisations dans des cas particuliers puis généraliser par analogie formelle. La factorisation rationnelle n'est la factorisation standard par X-1 que pour n premier, celle visée par (X-1)(X+1) ne peut être obtenue que si n est pair et $n - 2$ premier soit n égal à 4. Le troisième facteur: X^2+1 ne permet pas alors une généralisation immédiate. Les élèves, qui vont chercher à tester leurs conjectures avec DERIVE, vont donc avoir à faire produire par DERIVE des expressions qu'il ne donne pas directement. Il faut alors, si l'on veut éviter des entrées fastidieuses et sources d'erreur, penser à recopier certains produits partiels pour les faire développer par DERIVE, en naviguant dans l'arborescence des expressions, et en gérant convenablement le va et vient entre l'écran et la ligne d'édition permis par les touches F3 et F4, ou alors penser au détour consistant à entrer les quotients de polynômes correspondants et à les faire simplifier. Rien de ceci ne va de soi. Les élèves peuvent aussi chercher, mentalement ou par écrit, à combiner les facteurs donnés par DERIVE pour obtenir ces développements. Il s'agit là de calculs plus classiques en un certain sens mais qui, pour aboutir, vue la complexité croissante des expressions, doivent sans aucun doute être gérés économiquement en raisonnant par degré. Le fait que DERIVE produise des résultats, dans cette situation comme dans bien d'autres, ne tue donc en rien le travail mathématique de l'élève, même s'il l'oblige à prendre d'autres formes, en particulier sur le plan des techniques mises en oeuvre.

La deuxième interprétation de la tâche consiste à chercher des conjectures sur les factorisations rationnelles produites par DERIVE. C'est le cadre de DERIVE qui est ici le cadre de transposition dominant, c'est par rapport à lui que se définit la tâche. Il n'est a posteriori pas étonnant de constater que cette interprétation n'a été a priori prévue, ni par l'enseignant, ni par les chercheurs. Ceci atteste indirectement le fait qu'il y a pour nous un cadre dominant: celui de l'environnement usuel. C'est par rapport à lui que fondamentalement, même lorsque nous travaillons dans l'environnement DERIVE, nous continuons à penser les tâches mathématiques, évaluer leur pertinence, comme la validité de telle ou telle réponse. Il n'y a pas de raison que ce soit automatiquement le cas pour les élèves.

Des élèves, lors de l'observation, vont se situer dans cette seconde interprétation, la faisant par là même exister à nos yeux. La tâche pour eux va s'avérer difficile pour différentes raisons:

- organiser les productions de DERIVE nécessite d'opérer des catégorisations subtiles dans les exposants n,
- ces catégorisations se fondent sur des propriétés de divisibilité qui ont peu de place dans l'enseignement actuel, elles ne sont donc pas naturelles aux élèves.

Dans le temps réduit dont les élèves disposaient pour cette observation: une heure, les conjectures qu'ils formuleront, soit les laisseront insatisfaits (comme les conjectures possibles sur la présence de facteurs X-1 et X+1, ou sur les degrés des termes restants), soit seront démolies dès qu'elles seront mises à l'épreuve. Cette analyse, en revanche, nous conduira à l'élaboration d'un scénario didactique susceptible d'assurer la viabilité de cette seconde interprétation dont l'observation nous avait permis de mesurer la richesse. Dans ce scénario, la tâche est d'abord proposée dans un premier temps, explicitement avec la première interprétation, pour lancer en quelque sorte le travail. Ensuite la seconde interprétation de la tâche est négociée, dans le cadre d'un travail de recherche à moyen terme (un mois environ), se déroulant essentiellement hors de la classe, hormis quelques séances visant à faire le point sur les conjectures obtenues, les validations P/C que l'on peut leur associer, les techniques qui permettent de relier tel ou tel type de résultat (comme les techniques de substitution: par exemple substituer x^3 à x), ou à relancer la recherche, si nécessaire. Ce scénario, expérimenté en 1994-95, avec des élèves disposant de DERIVE en permanence, pour pouvoir conjuguer aisément travail en classe et hors classe, a conduit à un travail mathématique des élèves et à des productions tout à fait conformes aux attentes.

Il nous semble important de souligner certaines caractéristiques de ce problème et du dispositif didactique associée, du rôle qu'y joue DERIVE, en le rapprochant de dispositifs mis en place avec d'autres logiciels comme par exemple les scénarios de boîte noire développés sous Cabri-géomètre (Charriere, 1994). DERIVE apparaît ici essentiellement comme un pourvoyeur de données et de phénomènes. L'enjeu de l'activité mathématique est de trouver les moyens d'anticiper certains de ces phénomènes, de les reproduire. Il importe donc d'une part que les phénomènes soient à la fois suffisamment étranges (ici ils le sont car les factorisations institutionnalisées par l'enseignement ne sont que rarement celles données par DERIVE!) et réguliers pour susciter l'envie de comprendre, de chercher un ordre, des raisons. Il importe aussi que le niveau de connaissance des élèves leur permette d'aborder cette recherche et d'y progresser. La recherche sur le problème étudié ici, nécessite à l'évidence du temps pour se déployer et l'intérêt didactique de la situation serait presque complètement perdu si l'on voulait la couler au moule des durées usuelles. Il importe donc de prévoir l'articulation entre travail en classe et hors classe dans le scénario. Le fait que le scénario puisse régulièrement rebondir, du fait que chaque catégorie de nombres intéressante repérée permet d'en engendrer d'autres (par exemple, la catégorie puissances de 2, une des premières à apparaître, conduit aux puissances de 3, de 5, puis éventuellement aux puissances d'un nombre premier quelconque), nous semble, dans cette échelle de durée, une caractéristique essentielle du problème. DERIVE est ici au centre du dispositif pédagogique, mais ce n'est pas DERIVE lui-même qui nous intéresse, c'est le travail mathématique qu'il permet d'engager avec les élèves. De ce point de vue, la non- conformité évidente des processus construits par les élèves pour reproduire ou anticiper les résultats DERIVE avec ceux effectivement à l'oeuvre dans la 'boîte noire' DERIVE, n'est pour nous, en rien, un obstacle à la légitimité de l'activité.

En conclusion de ce paragraphe, nous voudrions souligner combien ce type d'analyse, basé sur la mise en évidence du fonctionnement conjoint de plusieurs cadres de transposition, sur l'élucidation des convergences ou divergences entre ces cadres, nous a été précieux, non seulement pour comprendre certains dysfonctionnements des situations observées, mais aussi, comme nous avons essayé de le montrer, pour penser une reconstruction efficace de ces situations, jouant des décalages existants et des effets de surprise qu'ils peuvent susciter, pour faire de DERIVE un outil du travail didactique.

7. PHENOMENES LIES AUX PROCESSUS D'ADAPTATION DES ELEVES

Nous voudrions en venir maintenant au deuxième axe d'analyse des résultats des observations: celui des processus d'adaptation mis en jeu par les élèves. DERIVE introduit en effet des spécificités à ce niveau, en favorisant certains processus d'adaptation et en modifiant de façon plus globale l'économie des différents processus. Nous nous centrerons dans ce paragraphe sur deux dimensions: le rôle du perceptif dans le fonctionnement des élèves d'une part, l'identification de quelques facteurs jouant un rôle clef dans l'économie nouvelle des adaptations d'autre part.

7.1. *Le rôle du perceptif dans le fonctionnement des élèves*

Dans l'environnement DERIVE, les adaptations perceptives sont a priori appelées à jouer à la fois par rapport à des ostensifs du cadre graphique et par rapport à des ostensifs du cadre algébrique. Le rôle joué par le perceptif dans l'adaptation à des environnements informatiques graphiques a été mis en évidence dans diverses recherches (Schoenfeld et al., 1993; Dagher, 1995; Schwarz and Dreyfus, 1995). Les systèmes de mathématiques symboliques qui incluent une composante graphique donnent lieu à des phénomènes analogues (Hillel, 1993). Mais, comme le montrent nos observations, dans l'environnement DERIVE, les adaptations de nature perceptive ne se limitent pas au registre graphique, elles jouent aussi dans le calcul symbolique algébrique, via reconnaissances et analogies formelles, et ceci, que le scénario didactique construit cherche ou non à les exploiter.

Donnons-en tout d'abord un exemple, en quelque sorte typique. Il s'agit d'une séance portant sur la résolution de systèmes d'équations linéaires. L'objectif est, via DERIVE, de mettre les élèves en situation d'opérer sur les équations comme ils ont l'habitude d'opérer sur les nombres, d'explorer l'effet des opérations usuelles sur de tels objets, de pouvoir ensuite prédire, reproduire ces effets, puis de trouver les opérations nécessaires pour obtenir la 'disparition' de telle ou telle variable et en arriver donc à la résolution proprement dite des systèmes. Après une phase d'exploration, les élèves ont à définir sous DERIVE l'objet équation: $2x - 5y = 8$, puis à essayer de prévoir comment passer de cette équation aux suivantes: $12x - 30y = 48$, $6x - 15y = 24$, $-10x + 25y = -40$, $3x - 15/2y = 12$. Pour la première, le professeur a donné une indication: multiplier par 6. Ceci va favoriser une résolution fonctionnant sur la base d'analogies formelles, essentiellement perceptives. Un des groupes observés est un bon exemple de ce fonctionnement. Ces élèves, deux filles, se disent que le 6 a peut-être été obtenu par division, mais ne voient pas clairement en quoi cette division peut consister. Après diverses hésitations, elles décident d'essayer avec DERIVE quelque chose qui, à leur avis, 'ne devrait rien donner, mais d'un autre côté, ne coûte rien': elles entrent le quotient des deux équations, soit l'expression: ($6x - 15y = 24$)/($2x - 5y = 8$), puis la font simplifier. DERIVE renvoie l'égalité: 3=3. Ce résultat les amuse par sa trivialité et en même temps les intrigue. Elles ne cherchent pas à en comprendre les raisons mais décident plutôt de faire la même chose avec la première équation. Cette fois le quotient: ($12x - 30y = 48$)/($2x - 5y = 8$) est simplifié en 6=6. Pour ces deux élèves, le problème posé est alors résolu. Puisque, dans le cas où la réponse est 6, DERIVE renvoie l'égalité: 6=6, la réponse à trouver dans le second cas est nécessairement: 3. Elles entrent ensuite le troisième quotient en oubliant le signe moins de -40. DERIVE renvoie alors: $5 = -5$. Ceci les étonne mais pas suffisamment pour remettre en question la stratégie développée. Pour elles, il y a déjà un acquis: le nombre cherché est 5 ou -5. Pour choisir entre les 2, elles se basent sur le coefficient de x, puis passent à la suite.

Dans le travail en environnement DERIVE, les adaptations perceptives peuvent donc jouer dans deux cadres distincts et l'on peut se demander si les deux formes d'adaptation vont s'articuler spontanément dans le fonctionnement cognitif de l'élève. Nous voudrions, pour illustrer ce point, revenir à la seconde situation présentée: celle de la recherche de fonctions sous contraintes. Dans cette situation, la perception au niveau graphique va jouer un rôle très important. Elle sera utilisée en particulier, pour ajuster les valeurs numériques des paramètres choisis, dans le cadre algébrique, et il y aura donc une certaine articulation spontanée des adaptations dans les deux cadres. En revanche, il sera beaucoup plus difficile, dans un cadre comme dans l'autre, de dépasser les adaptations perceptives pour arriver à un fonctionnement plus analytique.

Précisons tout d'abord que les programmes français actuels du lycée organisent l'enseignement des fonctions autour de quelques familles principales (fonctions polynomiales du premier, second degré, fonctions homographiques, exponentielles....), en accordant une place importante au prototype de chaque famille qualifié de fonction de référence et aux activités visant à relier algébriquement mais aussi géométriquement, en termes de transformations, les fonctions de la famille au prototype (par exemple, savoir déduire le graphe de $x \to b + c/(x-a)$ de celui de $1/x$ et identifier géométriquement les transformations élémentaires associées). Ceci a une influence sur la recherche menée par les élèves observés et sa productivité. Ils situent d'emblée en effet la recherche dans cette perspective, en cherchant, suivant les groupes, des fonctions homographiques ou exponentielles, tout en limitant judicieusement le nombre de paramètres introduits.

Les contraintes données sont spontanément perçues comme des contraintes graphiques, elles ne seront traduites algébriquement qu'avec réticence, généralement, et pour répondre aux demandes insistantes de l'enseignante. Le groupe dont le fonctionnement est décrit ci-après est un des rares à le faire spontanément. Les deux élèves (comme ceux de plusieurs autres groupes) décident assez vite d'essayer des fonctions de la forme exp($-ax^2$) et ajoutent 3 pour ajuster f(0) à 4 (cf. figure 6). D'où leur premier essai: f(x)=exp($-3x^2$)+3. Ils repèrent l'asymptote horizontale hors de la zone et adaptent très vite leur proposition en: f(x)=4exp($-3x^2$), font tracer et constatent que 'ça s'approche'. Après un moment d'hésitation, où ils s'interrogent sur les moyens de 'rapprocher la courbe de l'axe vertical' et évoquent translation et affinité, ils décident d'essayer d'augmenter le coefficient de x^2, choisissent 6 et, au tracé, constatent que l'évolution se produit dans le bon sens (figure 7). Ils vont donc continuer, en essayant successivement 10, 12, 15 jusqu'à obtenir une courbe 'qui passe juste au coin de la zone'. Arrivés à ce stade, ils sont sûrs que toutes les valeurs supérieures du paramètre conviendront et qu'ils ont obtenu là une infinité de solutions.

Ils essaient alors de satisfaire la condition supplémentaire f'(0)=0, font dériver par DERIVE la fonction f(x)=4exp($-15x^2$), obtenant après simplification: 120x.exp($-15x^2$). Contrairement à ce que l'on pourrait penser, ils n'exploitent pas algébriquement cette expression mais la font tracer, obtenant un tracé (cf. figure 8) pour le moins inattendu. La propriété f'(0)=0 n'y est en rien lisible. Ils décident alors de changer le centre de la fenêtre graphique pour avoir aussi des valeurs négatives de x. Le tracé obtenu (cf. figure 9) est tout aussi étrange, mais les rassure tout de même: la dérivée est négative pour x négatif, positive pour x positif et ceci est conforme au sens de variation de la fonction.

Ils renoncent à interpréter plus avant ce tracé, repassent à celui de la fonction, le trouvent trop pointu en 0 pour pouvoir correspondre à une dérivée nulle et décident d'augmenter l'exposant de x pour arrondir la courbe en 0. Ils essaient 4exp($-15x^3$) puis 4exp($-20x^3$), qui sortent toutes deux de la zone. Pour limiter les essais, ils vont alors exprimer par l'équation f(0.4)=0.4 la condition de passage au coin de la zone et

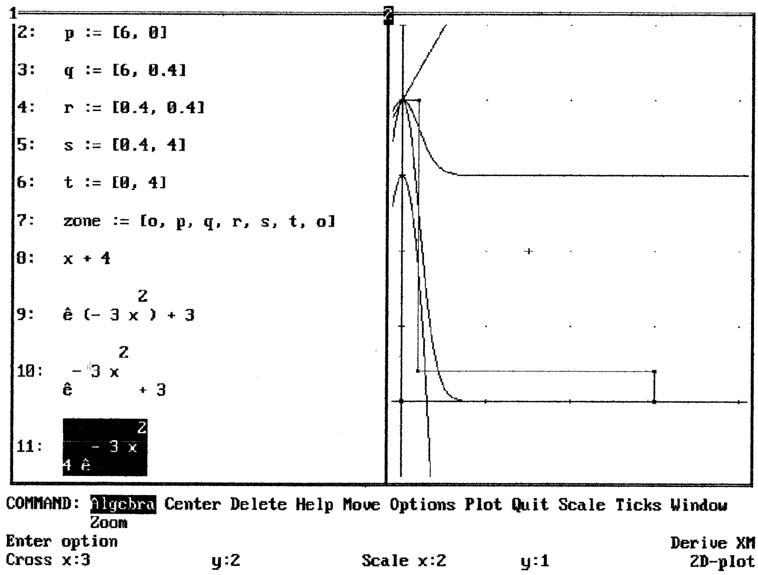

Figure 6.

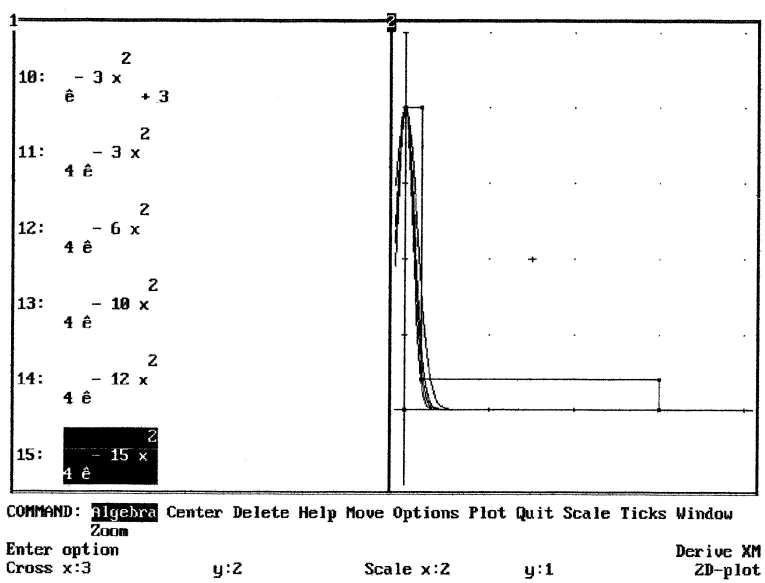

Figure 7.

obtenir ainsi des bornes entières pour les exposants 3, 4 et 5, obtenant respectivement 36, 90 et 225.

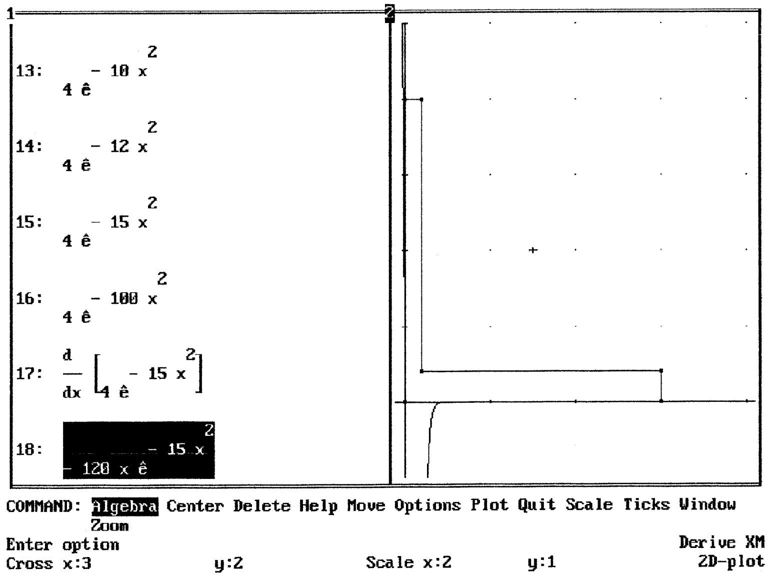

Figure 8.

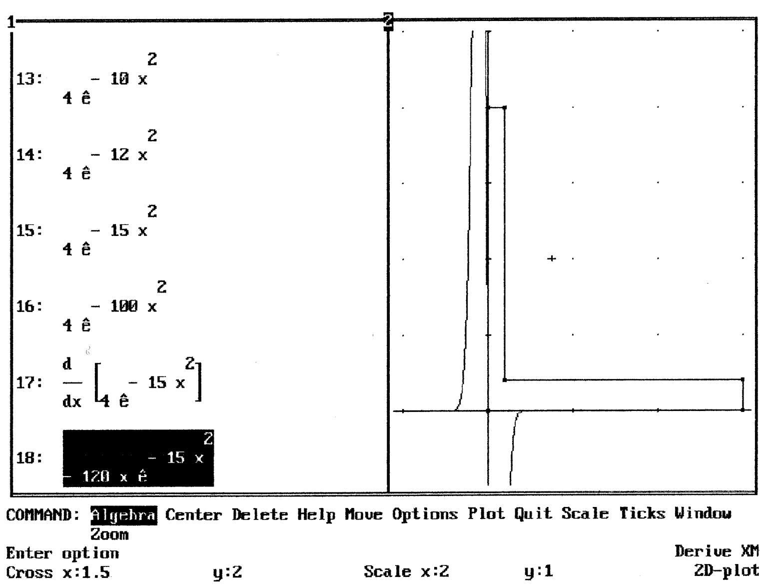

Figure 9.

Cette prégnance du perceptif se manifeste également lorsqu'il s'agit de trouver des solutions non monotones. Un certain nombre de groupes vont combiner pour cela des exponentielles et des fonctions trigonométriques, soit additivement, soit multiplicativement. Ceux qui le font multiplicativement, comme les élèves de ce même groupe n'obtiennent pas d'oscillations visibles. Aucun ne cherchera à exploiter alors les expressions algébriques pour conclure cependant. Visiblement, pour eux la tâche est devenue: produire des oscillations à l'écran et ils s'y évertuent sans succès en faisant de multiples zooms.

Des observations comme celles-ci nous conduisent à faire l'hypothèse que les adaptations basées sur des analogies formelles jouent, dans le cadre algébrique de DERIVE, un rôle analogue à celui joué par les adaptations perceptives dans l'utilisation de logiciels de géométrie ou de logiciels à composante graphique. Comme l'ont montré Laborde et Capponi, à propos de Cabri-géomètre (Laborde and Capponi, 1994), ce n'est pas parce que de la géométrie est embarquée dans le logiciel que les processus d'adaptation de l'élève vont mettre en jeu des connaissances géométriques, que les 'Cabri-dessins' prendront le statut de figures géométriques. Ils montrent aussi, à partir de l'étude fine de protocoles d'élèves, que le fonctionnement géométrique ne se substitue pas à un fonctionnement perceptif, mais tend à s'articuler avec lui, dans un jeu dialectique où il intervient pour anticiper, contrôler, expliquer des phénomènes perceptifs. L'analyse développée dans cet article nous semble rester largement pertinente, mutatis mutandis, si l'on étudie les processus d'adaptation mettant en jeu le logiciel DERIVE. Dans le travail algébrique, comme dans le travail géométrique, les phénomènes de reconnaissance de forme jouent un rôle essentiel, même s'ils portent sur des objets de nature différente. Le problème de l'enseignement n'est pas de les réduire au profit d'autres formes de connaissance mais, tout en développant les compétences des élèves à ce niveau, d'organiser et contrôler leur articulation nécessaire avec des formes plus analytiques du fonctionnement algébrique. Les observations effectuées dans le cadre de cette recherche (Artigue et al., 1995) montrent que cette articulation ne va pas de soi. Un choix judicieux des variables didactiques des situations peut rendre l'articulation incontournable dans les situations construites autour de DERIVE (la version reconstruite de la situation de factorisation nous en semble un bon exemple) mais le contrôle semble beaucoup plus difficile à réaliser dans les situations ouvertes où DERIVE a essentiellement un rôle d'outil. Les observations de ce type de situations mettent bien en évidence les ruptures de contrat didactique associées à la négociation de l'articulation et les difficultés des enseignants à négocier ces ruptures pendant les phases de recherche. Le plus souvent, c'est dans les phases de bilan et d'exploitation collective qui suivent les séances de recherche, qu'elles trouvent leur place, prises alors en charge très étroitement par les enseignants.

7.2. *Les changements dans l'économie de la résolution*

DERIVE, comme les autres environnements informatiques utilisés pour l'enseignement des mathématiques, comme les calculatrices aussi, est a priori, nous l'avons souligné au début de cet article, crédité de certaines potentialités. On y voit un environnement qui, libérant l'élève des travaux techniques, libère son esprit pour un fonctionnement plus noble: réflexif, stratégique, conceptuel, porteur d'apprentissages mathématiques réels. Comme nous le soulignions dans (Artigue, 1995), les observations montrent une réalité beaucoup plus complexe où l'on voit à l'oeuvre deux tendances antagonistes:

- la première favorisant effectivement la distanciation souhaitée par rapport à une mathématique de l'action,
- la seconde favorisant, en sens inverse, l'économie de la réflexion ou une atomisation de la résolution en une multiplicité d'actions élémentaires dont la cohérence globale est difficile à reconstruire.

La compréhension du jeu qui se noue entre ces deux tendances passe par l'étude fine de l'économie nouvelle des processus d'adaptation des élèves, au delà de l'identification de tel ou tel type de processus spécifique. Les observations menées nous ont ainsi permis d'identifier un certain nombre de caractéristiques de cette économie relativement transversales aux situations analysées et tendant à s'opposer à la mise en oeuvre des comportements a priori attendus. Ce sont essentiellement les suivantes:

- la multiplicité des actions a priori possibles à chaque instant à un coût minime et, comparativement, le coût cognitif souvent élevé de l'interprétation des rétroactions,
- le nombre de commandes différentes nécessaires à la réalisation de certaines tâches élémentaires,
- les phénomènes de pseudo-transparence déjà cités et, plus généralement, les problèmes liés à la non différenciation des différents types d'erreurs à l'interface.

La multiplicité des actions possibles à un coût minime, évidente si l'établissement d'un contrat didactique local ne réduit pas le champ des actions a priori accessibles, a des conséquences diverses. D'une part, elle tend à éliminer les situations de blocage, fréquemment rencontrées dans les environnements usuels et permet donc à la tâche de survivre même si la résolution avance peu, de façon objective. Ce faisant, elle contribue à la viabilité de la résolution de tâches complexes. Mais d'autre part, le coût faible des actions et du changement d'action favorise l'apparition de phénomènes que nous avons qualifiés de 'phénomènes de pêche': on fait des essais, sans se préoccuper de leur organisation ou de leur contrôle, en espérant qu'en un temps raisonnable, on obtiendra quelque chose d'intéressant. Les observations faites tendent à montrer que ces comportements de pêche sont souvent d'une productivité raisonnable pour les élèves, autant sinon plus productifs que les comportements plus réfléchis qui leur sont a priori accessibles. Le faible coût des essais, leur productivité, tendent aussi à s'opposer à l'exploitation des rétroactions, généralement considérée comme un moteur essentiel des adaptations souhaitées. Lorsque la production de DERIVE n'est pas conforme à leurs attentes, les élèves, majoritairement, enregistrent le décalage et essaient autre chose, plutôt que de se lancer dans la recherche de raisons au décalage constaté, cognitivement plus coûteuse.

A ces changements dans le coûts des actions, s'ajoutent des phénomènes dépendant du fonctionnement mathématique de DERIVE. Les phénomènes de pseudo-transparence que nous avons identifiés précédemment, lorsqu'ils interviennent, peuvent détourner l'attention de l'élève des problèmes dont la résolution est visée. La cohérence globale de l'action peut aussi disparaître du fait du nombre de manipulations élémentaires nécessitées par une tâche donnée. Ceci joue un rôle d'autant plus important dans les observations menées qu'elles concernent des élèves dont la familiarité avec DERIVE reste limitée. A ceci s'ajoutent les erreurs de frappe ou de gestion des commandes et fonctions de DERIVE qui ne sont pas automatiquement repérées. Les observations menées montrent le rôle important joué par ces phénomènes dans la vie effective des situations. Elles montrent aussi que ces phénomènes tendent à superposer aux rétroactions a priori intéressantes d'un point de vue mathématique, une multitude de rétroactions liées à des questions de communication avec l'environnement. Les experts rencontrent aussi ces problèmes mais ils gèrent cette superposition, nous semble-t-il, beaucoup plus efficacement que les élèves, non seulement du fait de leur expertise DERIVE mais aussi du fait d'une expertise mathématique qui permet d'opérer un premier tri dans les productions de DERIVE. Les élèves ne sont bien sûr pas dans la même situation et ceci contribue à limiter fortement l'efficacité des stratégies d'interprétation des rétroactions a priori visées. Toutes ces caractéristiques font du jeu entre les deux tendances opposées présentées plus haut, un jeu subtil, qu'il n'est pas facile de contrôler dans le sens voulu.

Les changements que nous avons évoqués dans cette partie, tant au niveau des processus d'adaptation que de leur économie, conduisent inévitablement, nous semble-t-il, à poser la question de l'articulation entre les dimensions techniques et conceptuelles du fonctionnement mathématique. La façon dont sont présentées, le plus souvent, les potentialités pour l'apprentissage des mathématiques des environnements informatiques, se fonde sur l'opposition de ces deux dimensions et sur la péjoration de la première, vue comme synonyme d'apprentissage sans intelligence, ni signification. Les recherches didactiques actuelles mettent de plus en plus l'accent sur le rôle du sémiotique dans la conceptualisation mathématique mais sans se situer pour autant sans ambiguïté par rapport à une opposition et une hiérarchisation qui, nous semble-t-il, ont trouvé leur légitimation dans une vision constructiviste de l'apprentissage ou plutôt dans la conversion des théories constructivistes en fer de lance idéologique pour disqualifier les pratiques traditionnelles de l'enseignement. Des recherches, comme celle que nous avons menée, nous semblent conduire tout naturellement à interroger ces conceptions dominantes. En effet, la vision de l'environnement informatique comme un environnement qui permettrait de déséquilibrer les rapports entre travail technique et travail conceptuel, en permettant de faire en quelque sorte l'économie du travail technique, délégué à la machine, pour se centrer sur un travail conceptuel, ne nous semble pas confortée par les observations faites. Dans toutes les observations, le temps consacré au travail technique n'a rien de négligeable. Deux cas sont à distinguer cependant:

- Les cas où DERIVE doit prendre en charge des tâches qui, dans l'environnement usuel, sont pour l'élève des tâches devenues routinières. Des techniques spécifiques sont à mettre en place, adaptées aux représentations internes des savoirs en machine et à l'interface. Généralement, une fois maîtrisées, elles sont plus économiques et rapides, que leurs analogues P/C. Ce n'est que partiellement le cas dans les observations effectuées, le temps disponible pour l'apprentissage de ces techniques n'étant pas toujours suffisant.
- Les cas où DERIVE est un élément essentiel du 'milieu', intégré à un processus d'apprentissage en cours. Dans ces cas, toutes les observations montrent que les rapports entre dimension technique et dimension conceptuelle sont des rapports dialectiques et que l'imbrication forte des deux dimensions n'autorise pas une analyse didactique qui les sépare.

Si l'on compare au fonctionnement dans les environnements usuels, les différences se situent d'abord dans un déplacement du travail technique ainsi que dans une économie différente de l'articulation perceptif / analytique, non dans la substitution du conceptuel au technique. Ce sont en fait ces déplacements techniques et les modifications qu'ils permettent dans l'articulation du technique et du conceptuel, comme les nouveaux rapports permis entre perceptif et analytique, qu'exploitent, nous semble-t-il, efficacement, les situations qui mettent en évidence des apports réels de l'environnement DERIVE. L'analyse de ces déplacements et des potentialités qu'ils introduisent nécessite un regard qui considère, avec finesse, le détail de ce travail technique et les degrés variables avec lesquels des connaissances mathématiques peuvent y être engagées, plus ou moins implicitement. Il y a là un renouvellement nécessaire du regard habitué à ne percevoir que les sommets les plus nobles de l'iceberg que constitue en fait l'activité mathématique de l'élève.

8. CONCLUSION

Nous avons, dans cet article, essayé de pointer un certain nombre de phénomènes qui nous semblaient jouer un rôle essentiel dans la vie mathématique des situations de classe en environnement DERIVE que nous avons observées. Nous avons distingué pour les besoins de l'analyse diverses catégories de phénomènes qui, dans les situations réelles, jouaient de façon plus ou moins imbriquée, comme le montrent bien les quelques exemples de déroulements donnés: des phénomènes liés à l'implémentation DERIVE des savoirs mathématiques, dans l'univers interne du logiciel ou à l'interface, relevant d'une analyse en termes de transposition didactique et informatique, des phénomènes liés à la nature et à l'économie des processus d'adaptation mis en jeu par les élèves dans la résolution des tâches proposées. Il va de soi que nous ne prétendons pas ainsi épuiser l'ensemble des phénomènes que peut mettre à jour l'analyse didactique, mais seulement pointer ceux que des observations réalisées, dans un contexte particulier d'utilisation essentiellement épisodique, mettaient en évidence, avec le plus de régularité.

Nous voudrions, en conclusion, revenir aux problèmes d'intégration des environnements informatiques et au niveau clef que constitue, par rapport à cette intégration, la formation des enseignants. Il existe un contraste surprenant entre, d'une part la rapidité avec laquelle notre société actuelle intègre l'informatique et la lenteur avec laquelle cette même informatique pénètre les institutions scolaires. On ne peut expliquer raisonnablement ce phénomène en présentant l'Ecole comme le lieu social où se concentreraient tous les problèmes matériels de l'intégration d'environnements informatiques. Même si donc, les raisons matérielles sont, avec constance, invoquées pour expliquer la lenteur de l'intégration, il est raisonnable de penser qu'elles servent de paravent commode à des raisons plus profondes.

Ce qui est en jeu, nous semble-t-il, en premier lieu, c'est la légitimation des environnements informatiques par rapport au projet d'apprentissage que se donne l'Ecole. Comme le montrent les réponses aux questionnaires, les élèves, dans leur très grande majorité, apprécient de travailler avec des logiciels, parce que ‘ça change’. Très peu établissent un rapport direct avec les apprentissages mathématiques. Les arguments invoqués par les enseignants convaincus sont, eux, des arguments principalement de type cognitif. Il y a là un hiatus évident qui, indirectement, nous rappelle que les aspects ludiques, quel que soit leur intérêt, ne peuvent suffire à assurer l'intégration. Cette dernière, pour être crédible, doit faire la preuve de son efficacité cognitive et didactique.

Où peut se situer cette efficacité ? Les textes les plus largement diffusés n'abordent pas toujours cette question avec la prudence que nécessiterait notre faible connaissance de ces questions. Les affirmations faites y sont modelées par différents éléments:

- la volonté de faire des technologies nouvelles, symboles de modernité, des instruments de la rénovation d'un enseignement traditionnel perçu comme sclérosé (ceci est peut-être cependant moins sensible en France que dans d'autres pays, du fait de la réforme massive de l'enseignement des années 80),
- les idéologies qui supportent cette rénovation et conduisent à opposer la dimension technique des mathématiques, vue comme emblème des pratiques anciennes à la dimension conceptuelle, vue comme emblème des pratiques nouvelles,
- une méconnaissance de l'importance des processus de transposition didactique qui conduit à considérer la légitimité mathématique comme quelque chose de transparent et donc, à sous-estimer le fait que l'intégration de tout environnement nouveau pose le problème de la légitimation scolaire des activités mathématiques qui y prennent place, des moyens de cette activité et des résultats qui y sont obtenus.

Les résultats obtenus dans notre recherche avec le logiciel DERIVE, comme ceux obtenus par de nombreux chercheurs travaillant avec d'autres logiciels, montrent, nous semble-t-il, qu'on court ainsi le risque de fortement décevoir, en ne donnant pas aux enseignants les outils nécessaires pour analyser et gérer efficacement les potentialités réelles des nouvelles technologies informatiques.

Numéros	Expressions à simplifier	Expressions simplifiées
# 1	$\dfrac{\frac{8}{15}}{\frac{4}{9}}$	
# 2	$(1+\frac{3}{5})(1-\frac{3}{5})$	
# 3	$3+\dfrac{3}{3+\frac{3}{5}}$	
# 4	$a+\frac{2}{5}-(\frac{a+2}{5})$	
# 5	$\frac{a+2}{b+5}+\frac{a}{b}+\frac{2}{5}$	
# 6	$\dfrac{a+\frac{2}{5}}{\frac{b}{3}-\frac{3}{8}}$	
# 7	$(1+(1+x))^2-((1+x)^2-1)$	
# 8	$\dfrac{1}{1+\frac{3^2}{5}}-\dfrac{1}{\frac{3}{5^2}}$	
# 9	$\dfrac{1}{3+\sqrt{5}}-\dfrac{1}{3-\sqrt{5}}$	
# 10	$\sqrt{1+10\sqrt{2-5\sqrt{8}}}$	
# 11	$\dfrac{1-3\sin x}{\cos x}-\dfrac{1+2\sin x}{\cos x}$	
# 12	$\dfrac{1+\dfrac{2}{3+\frac{4}{5+x}}}{\dfrac{6}{7+\frac{8}{9+x}}+10}$	

ANNEXE 1. Exemples d'expressions parenthésées et fractionnaires proposées aux élèves

9. NOTES

[1] Toutes les calculatrices sont autorisées pourvu que leur taille n'excède pas 21cmx15cm et qu'elles fonctionnent de façon autonome.

[2] IREM: Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (il y a 25 IREM en France); INRP: Institut National de Recherche Pédagogique.

[3] Ont participé à cette recherche pour l'équipe DIDIREM, outre l'auteur, Maha Abboud Blanchard, Jean Philippe Drouhard et Jean Baptiste Lagrange.

[4] Ces filiations ont été élaborées en choisissant un seuil d'implication entre opinions de .9. Les flêches en pointillés dans les figures 1, 2, 3 et 4 ci- après, respectent ce seuil d'implication mais indiquent que la fermeture transitive du graphe n'est pas réalisée à ce même seuil.

[5] Quaderno: petit ordinateur portable commercialisé par Olivetti (type palm-top).

REFERENCES

Abboud-Blanchard, M.: 1994, *L'intégration de l'outil informatique à l'enseignement secondaire des mathématiques: symptômes d'un malaise*, Thèse de doctorat, Université Paris 7- Denis Diderot.

Artigue, M., Abboud-Blanchard, M., Drouhard, J.P., Lagrange, J.B.: 1995,*Une recherche avec le logiciel DERIVE*, Cahier DIDIREM spécial 3, IREM, Université Paris 7-Denis Diderot.

Aldon, G.: 1995, 'Une voiture à la DERIVE', *Repères IREM*, 21, 27–44.

Artigue, M.: 1988, 'Ingénierie didactique', *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 9(3), 281–308.

Artigue, M.: 1995, 'Un regard didactique sur l'utilisation d'outils de calcul formel dans l'enseignement des mathématiques', *Repères IREM*, 19, 77–108.

Balacheff, N.: 1994, 'Didactique et intelligence artificielle', *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 14(1.2), 9–42.

Böhm, J. (ed): 1992), *Teaching Mathematics with DERIVE,* Chartwell Bratt.

Bosch, M.: 1994, *La dimensión ostensiva en la actividad matemática: el caso de la proporcionalidad*, Thèse de doctorat, Universitat Autónoma de Barcelona.

Brousseau, G.: 1986, 'Fondements et méthodes de la didactique', *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 7(2), 33–115.

Brousseau, G.: 1988, 'Le contrat didactique: le milieu', *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), 309–336.

Charriere, P. M.: 1994, *Boîtes noires avec Cabri-géomètre*, Centre Informatique Pédagogique, Genève.

Chevallard, Y.: 1985, *La transposition didactique,* Editions La Pensée Sauvage, Grenoble.

Chevallard, Y.: 1992a, 'Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique', *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 12(1), 73–112.

Chevallard, Y.: 1992b, 'Intégration et viabilité des objets informatiques dans l'enseignement des mathématiques', in B. Cornu (ed.), *L'ordinateur pour enseigner les Mathématiques,* 183-203, Nouvelle Encyclopédie Diderot, Presses Universitaires de France, Paris.

Cornu B. (1992): L'évolution des mathématiques et de leur enseignement, in B. Cornu (ed.), *L'ordinateur pour enseigner les Mathématiques*, Nouvelle Encyclopédie Diderot, Presses Universitaires de France, Paris, 13–69.

Dagher, A.: 1996, 'Apprentissage dans un environnement informatique: possibilité, nature et transfert des acquis', *Educational Studies in Mathematics,* 30(4), 367–398.

Douady, R.: 1986, 'Jeux de cadre et dialectique outil - objet',*Recherches en Didactique des Mathématiques,* 7(2), 5–32.

Lagrange, J.B., Drouhard, J.P.: 1995, 'L'intégration du système de mathématiques symbolique DERIVE, une évaluation didactique auprès d'élèves de 14 à 19 ans', in D. Guin, J. F. Nicaud & D. Py (eds), *Environnements Interactifs d'Apprentissage avec l'Ordinateur*, Tome 2, 327–338, Eyrolles, Paris.

Gras, R., Larher, A.: 1992, 'L'implication statistique, une nouvelle méthode d'analyse de données', *Mathématiques, Informatique et Sciences Humaines*, 120, 5–31.

Hirlimann, A. (ed.): 1994, *Enseignement des mathématiques et logiciels de calcul formel,* Ministère de l'Education Nationale, DITEN B2, Paris.

Hillel, J.: 1993, 'Computer Algebra Systems as Cognitive Technologies: Implication for the Practice of Mathematics Education', in C. Keitel, K. Ruthven (eds), Learning from Computers: Mathematics Education and Technology, NATO ASI Series F, 121, 18–47.

Juge, G. (ed): 1994), *Les outils de calcul formel dans l'enseignement des mathématiques*, IREM de Basse Normandie.

Kaput, J.: 1992, 'Technology and mathematics education', in D. A. Grouws (ed.),*Handbook of Research on mathematics Teaching and Learning*, Reston, VA: NCTM, 515–556.

Karian, A. (ed.): 1992, *Symbolic Computation in Undergraduate Mathematics Education*, MAA Notes 24, The Mathematical Association of America.

Kutzler, B.: 1994, 'DERIVE, the Future of Teaching mathematics', *The International DERIVE Journal*, I(1), 37–48.

Laborde, C., Capponi, B.: 1994, 'Cabri-Géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique', *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(1.2), 165–210.

Monaghan, J.: 1994, 'On the successful use of DERIVE', *The International DERIVE Journal*, I(1), 49–56.

Schoenfeld, A., Smith, J., Arcavi, A.: 1993, 'Learning: The microgenetic analysis of one student's evolving understanding of a complex subject matter domain', in R. Glaser (ed.), *Advances in Instructional Psychology* 4B, 55–177.

Schwarz, B., Dreyfus, T.: 1995 'New actions upon old objects: a new ontological perspective on functions', *Educational Studies in Mathematics*, 29, 259–291.

Trouche, L.: 1994, 'Analyse et outils graphiques au lycée', in G. Juge (ed.), *Les outils de calcul formel dans l'enseignement des mathématiques*, IREM de Basse Normandie.

Equipe DIDIREM
Université Paris 7 Denis Diderot
Case 7018, Université Paris 7
2 place Jussieu, 75251 Paris Cedex 05