Actividad 3: Transición de Expresiones a Ecuaciones

Punto de inserción: Dentro de una semana, al concluir la Actividad 2

**Parte I (con CAS): Introducción al uso del comando SOLVE** (10 minutos)

En la primera actividad, sobre la equivalencia de expresiones, fueron anuladas aquellas expresiones encontradas que no eran equivalentes (un recordatorio de la definición de equivalencia: “si para cualquier número posible que reemplaza a *x*, cada una de las expresiones dan el mismo valor, se dice que esas expresiones son equivalentes en el conjunto de valores posibles que puede tomar *x*.”).

Con esas expresiones no equivalentes, cuando las introducíamos en CAS, las ecuaciones formadas con tales expresiones, CAS no mostraba “true”. Esto fue así porque hay sólo *algunos* (o *ninguno*) valores de *x*, los cuales al sustituirlos en ambos lados de la ecuación produce resultados iguales. En la presente actividad se usará CAS para encontrar los valores de *x* que producen resultados iguales.

He aquí un ejemplo de dos expresiones que son claramente no equivalentes: *x*2 y *x.*

Si se introducen en la calculadora una ecuación formada por estas dos expresiones (*x*2= *x*), la pantalla de la calculadora no muestra “true”. Si se desea encontrar esos valores de *x* para los cuales las dos expresiones producen valores iguales, se puede usar el comando SOLVE de CAS.

**Syntax**: SOLVE (Expr1 = Expr2, *x*), suponiendo que *x* es el nombre de la variable que aparece en cada expresión, y que Expr.1 y Expr.2 representan las expresiones dadas.

**Resuelve la ecuación *x*2= *x* usando el comando SOLVE de CAS**.

1. ¿Qué muestra CAS como resultado?
2. ¿Puedes anticipar lo que mostraría la calculadora cuando sustituyas cada uno de estos valores de *x* en la ecuación?
3. Usando CAS “con el operador ” (“**|**”), verifica que la calculadora muestra, en realidad, aquello que se esperaba en la Pregunta 2.

**Syntax**: Expr.1=Expr.2 **|** *x* = *valor*

**Terminología**: Los valores de *x* para los cuales ambas expresiones producen resultados iguales son, comúnmente, conocidos como “soluciones” de la ecuación.

Parte II (con CAS, 20 minutos):

Expresiones ya abordadas y su subsecuente integración en ecuaciones

He aquí tres expresiones:

1. *x*(*x*2 - 9),
2. (*x*+3)(*x*2-3*x*) - 3*x* - 3
3. (*x*2 - 3*x*)(*x*+3)

(A) Usa la calculadora para determinar cuáles de estas expresiones son equivalentes. Completa la tabla de abajo con la información apropiada.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Qué introduces en CAS | Qué muestra CAS  | Mi interpretación de lo que muestra CAS |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

(B) ¿Cuáles, de las expresiones precedentes, son equivalentes? ¿Cuáles no son equivalentes? Por favor, explica.

(C) Construye una ecuación, usando un par de las expresiones dadas que no son equivalentes (observa Parte II B precedente). Usa la calculadora para determinar aquellos valores de *x*, si hay algunos, para los que ambas expresiones, escritas como ecuación, son iguales.

|  |  |
| --- | --- |
| Qué introduces en CAS | Qué muestra CAS |
|  |  |
|  |  |

(D) ¿Cómo usarías CAS para verificar que los valores encontrados de *x* (en la Parte II C, precedente) son soluciones de su ecuación? Completa la tabla de abajo con la información apropiada.

|  |  |
| --- | --- |
| Qué introducirías en CAS | El resultado que mostraría CAS |
|  |  |

(E) Construye una ecuación, usando otro par de expresiones **no equivalentes** (observa Parte II B. precedente). Sin usar CAS y sin usar álgebra en papel y lápiz, encuentra la solución de esta ecuación. Por favor, explica.

(F) Construye una ecuación, usando un par de las expresiones **equivalentes** dadas (observa Parte II B precedente). Sin usar CAS ni álgebra en papel y lápiz, encuentra la solución (es) de esta ecuación. Por favor, explica.

# Discusión en el salón de clases de las Partes I y II

**Discusión con todo el grupo:** la Expr.1 y la Expr.3 son equivalentes. En la pregunta E, será de interés ver ya sea que los estudiantes analicen lo que ellos no necesitan resolver, más que involucrar una ecuación formada con un par de expresiones no equivalentes (i.e., ya sea SOLVE Expr.1 = Expr.2 o SOLVE Expr.2 = Expr.3). De manera similar (en la pregunta F) los estudiantes no deben resolver Expr.1 = Expr.3 para encontrar aquellos valores de *x* que satisfacen esta ecuación.

## Parte III (papel y lápiz, 15 minutos): Construcción de ecuaciones e identidades

**(A)** 1. Construye una ecuación formada por dos expresiones equivalentes de tu propia elección.

2. Explica tus razones de porqué elegiste esas dos expresiones en particular.

3. ¿Qué puedes decir en torno a las soluciones de esta ecuación?

4. ¿Cómo usarías CAS para apoyar tu respuesta a la Pregunta A3 precedente?

**(B)** 1. Construye una ecuación formada por dos expresiones no equivalentes de tu propia elección.

2. Explica tus razones de porqué elegiste esas dos expresiones en particular.

3. ¿Qué puedes decir en torno a las soluciones de esta ecuación?

4. ¿Cómo usarías CAS para apoyar tu respuesta a la Pregunta B3 precedente?

# Discusión en el salón de clases de la Parte III, A y B

**Discusión con todo el grupo:** debe haber varios estudiantes quienes hayan compartido sus respuestas y formas de pensar en torno a las preguntas A y B, # 1-4. En particular, será de interés saber cómo los estudiantes interpretan aquello que piensan respecto de lo que debiera mostrarse en CAS en la pregunta 4. (e.g., ¿qué significado tiene “true” en la solución de una ecuación formada por dos expresiones equivalentes en la Pregunta A4? De forma similar, para el caso de la pregunta B4).

En la Parte B surgen resultados especiales: en las preguntas B3 y B4, hay dos posibilidades respecto a las soluciones anticipadas y para el apoyo con CAS, respectivamente. Esto es, en las ecuaciones formadas con expresiones no equivalentes se tienen dos casos posibles: ecuaciones verdaderas para *algunos* valores de *x* contra ecuaciones que no tienen solución. Este puede ser un punto de unión apropiado, dado que sería posible emplear representaciones gráficas para obtener distinciones precisas entre esos dos casos. Sin embargo, este resultado surge como tal en la Parte IV; esto puede ser más oportuno para referirse a las representaciones gráficas tiempo más tarde.

Se introduce la siguiente terminología: una ecuación formada por dos expresiones equivalentes es comúnmente conocida como **identidad** (esto es, los lados izquierdo y derecho son idénticamente iguales).

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

## Parte IV (con CAS, 15 minutos): Síntesis de varias ecuaciones tipo

1. Resuelve las siguientes ecuaciones, usando el comando SOLVE de CAS (3 tipos de ecuaciones: 2 situaciones condicionales, 1 identidad, y 1 contradicción).

|  |  |
| --- | --- |
| Ecuación dada | Qué muestra CAS  |
| 1. (2–*x*)2 = *x*(2*x*–4) |  |
| 2. (*x*–5)(3*x*+7)–5 = 3*x*2-8*x*–40 |  |
| 3. 3*x*2–*x*–1 = 2*x*+5 |  |
| 4.  |  |

2. ¿Cómo interpretas cada expresión mostrada en CAS, al responder la Pregunta 1 precedente?

### Discusión en el salón de clases de la Parte IV

**Discusión con todo el grupo:** la Parte IV sintetiza los tres diferentes tipos de ecuaciones, en los cuales los estudiantes han sido introducidos: aquellas que son verdaderas para algunos, verdaderas para todos, y no verdaderas para ninguna sustitución de los valores de *x* (contradicciones). Aquí, los estudiantes interpretan aquello que se muestra en la pantalla de CAS relativo a la solución de cada tipo de contradicción, en particular. Los estudiantes pueden necesitar ver otras, tal vez simples (más evidentes por inspección), ejemplos de contradicciones. Será útil, como punto de conclusión, tener estudiantes, quienes interpreten ecuaciones contradictorias (i.e., verdaderas para ninguno) en términos de equivalencia; esto es, los lados izquierdo y derecho de la ecuación son expresiones no equivalentes que nunca producirían valores iguales, por mucho que se haga sustituciones de *x*. Esto podría ser contrastado con los otros dos casos que ellos hayan ya encontrado anterior a este punto. (i.e., los lados izquierdo y derecho producen valores iguales para todas las sustituciones de *x* contra los lados izquierdo y derecho que producen valores iguales para sólo algunas sustituciones de *x*).

Posible tarea: ejemplos adicionales de los tipos dados en la Parte IV, si el profesor cree que los estudiantes se beneficiarían con ello.