**Nom:**

**Date:**

**Activité 2: Suite de l’équivalence des expressions**

**Leçon 3**

Partie I: Exploration et interprétation des effets de la touche ENTER

et des commandes EXPAND et FACTOR

**I(A)** **(avec la calculatrice)**

Complète le tableau ci-dessous avec les résultats affichés par ta calculatrice:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Expression donnée | Résultat obtenu via la touche ENTER | Résultat produit par  FACTOR | Résultat produit par EXPAND |
| 1. |  |  |  |
| 2. |  |  |  |
| 3. |  |  |  |
| 4. |  |  |  |

**I(B)** (avec papier-crayon)

1. Pour l’expression 1 (de la partie I A): 

* Décris comment la structure de chacune des 3 formes produites par la calculatrice se compare à celle de l’expression donnée.

La forme de l’expression produite par ENTER est identique.

La forme de l’expression produite par FACTOR comporte un produit de deux expressions linéaires au lieu d’une somme de termes simples.

La forme de l’expression produite par EXPAND est une somme de termes simples, et est donc différente de la forme de l’expression donnée (qui est sous la forme d’une fraction).

* Ces trois formes sont-elles équivalentes à l’expression donnée? Explique STP.

Oui: toutes ces formes peuvent être ré-exprimées en l’expression donnée en utilisant des manipulations algébriques.

Par exemple, la forme développée (via EXPAND) s’obtient en appliquant à l’expression donnée la propriété de distributivité:  est équivalent à  qui devient lui-même.

Nous pouvons aussi démontrer l’équivalence de ces formes en utilisant le test d’égalité de la calculatrice (comme dans la partie IV de l’activité 1).

2. Pour l’expression 2,  , montre comment arriver à la forme produite par la touche ENTER à l’aide de manipulations algébriques.

[*(x-2)2+(7x-2)(x-2)*]*/4 =* [*(x-2)(x-2)+(7x-2)(x-2)*]*/4*

*= (x-2)*[*(x-2) + (7x-2)*]*/4*

*= (x-2)(8x-4)/4*

*= 4(x-2)(2x-1)/4*

*= (x-2)(2x-1)*

3. Soit , l’expression 3. Montre par des manipulations algébriques (papier-crayon) comment obtenir la forme produite par la commande FACTOR.

*(2-x)(1-2x) = (-1)(x-2)(2x-1)(-1)* on met (-1) en facteur pour chacun des deux blocs

*= (x-2)(2x-1)* le produit (-1)(-1) donne 1

4. Soit , l’expression 4. Montre par des manipulations algébriques (papier-crayon) comment obtenir la forme produite par la commande EXPAND.

 = 

= 

= 

= 

= 

= 

= 

5. Dans le tableau de la partie I A ci-dessus, quelles sont les expressions qui sont équivalentes entre elles (trouve-en le plus possible)? Est-ce que ces équivalences sont sujettes à des contraintes sur les valeurs admissibles de *x*? Explique STP.

Les expressions 1 et 4 sont équivalentes, puisque l’application de FACTOR (et d’EXPAND) montre qu’elles peuvent s’exprimer sous une forme commune. Cette équivalence est restreinte à tous les nombres réels sauf *x* = -2 (puisque l’expression 4 n’est pas définie pour *x* = -2).

De même, les expressions 2 et 3 sont équivalentes (puisque ENTER, FACTOR et EXPAND produisent des formes identiques). Cette équivalence n’est sujette à aucune restriction: elle vaut donc pour tous les nombres réels.

De plus, tel que discuté en I B 1, toutes les formes d’une expression donnée qui sont produites par ENTER, FACTOR et EXPAND sont équivalentes entre elles.

## Discussion en classe des parties I A et B

**Partie II**: **Démonstration de l’équivalentce d’expressions**

**en utilisant diverses approches avec la calculatrice**

Voici une liste de quatre expressions équivalentes, modulo certaines contraintes.

|  |
| --- |
| Expression donnée |
| 1. |
| 2. |
| 3. |
| 4. |

**II(A)** Détermine le plus grand ensemble de valeurs admissibles pour *x* pour cet ensemble d’expressions. Montre et explique comment tu a déterminé ceci.

|  |
| --- |
| Par définition, l’ensemble des valeurs admissibles pour une expression en *x* donnée contient toutes les valeurs de *x* pour lesquelles l’expression définit un nombre réel  Le plus grand ensemble commun de valeurs admissibles de *x* pour ces 4 expressions contient tous les nombres réels pour lesquels elles sont toutes définies: IR \ {-3,4}. Cet ensemble est déterminé en excluant les valeurs de *x* pour lesquelles une des expressions ne définit pas un nombre réel. Dans le cas présent, ceci se produit quand un dénominateur égale zéro (puisque la division par zéro n’est pas définie): c.-à.-d. quand 7*x*+21 = 0 et quand *x*+3 = 0, ce qui implique *x* = -3; et quand *x*-4=0, ce qui implique *x* = 4. |

**II(B)** En utilisant chacune des quatre méthodes une et une seule fois, montre que les quatre expressions du tableau 1 sont toutes équivalentes. Dans le tableau 2, écris ce que tu as tapé à la calculatrice et ce qu’elle a répondu.

*Note*: tu dois user de stratégie pour décider quelle expression et quelle commande utiliser. (Tu peux utiliser la feuille de travail de travail de la dernière page pour garder trace de ton travail)

Tableau 1

|  |
| --- |
| Expression donnée |
| Exp1: |
| Exp2: |
| Exp3: |
| Exp4: |

Tableau 2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Méthode**  **calculatrice** | **Ce que tu as tapé**  **à la calculatrice** | **Résultat affiché**  **par la calculatrice** |
| Test d’égalité | Exp3=Exp4 | True |
| FACTOR | FACTOR (Exp4) | *3(x-3)(2x-1)* |
| EXPAND | EXPAND (Exp1) | Exp3 |
| ENTER | Exp2 (puis taper ENTER) | *3(x-3)(2x-1)* |

**II(C)** En utilisant seulement les résultats du tableau 2, montre les six équivalences énoncées dans le tableau 3.

Note: Pas besoin de remplir les cases dans l’ordre où elles sont présentées ci-dessous.

Tableau 3 (le symbole “≡” dénote l’équivalence)

|  |  |
| --- | --- |
| **Énoncé d’équivalence** | **Preuve de l’équivalence** |
| Exp1 ≡ Exp2 | i) Exp1 ≡ Exp3 (car EXPAND(Exp1) a la même forme que Exp3), et  ii) Exp3 ≡ Exp4 (par le test d’égalité), and  iii) Exp4 ≡ Exp2 (puisqu’ils sont ré-exprimables sous une forme commune)  On a donc Exp1 ≡ Exp2 (par transitivité). |
| Exp 1 ≡ Exp3 | La forme développée de l’expression 1 (obtenue via EXPAND) est la même que celle de l’expression 3. |
| Exp1 ≡ Exp4 | i) Exp1 ≡ Exp3 (car EXPAND(Exp1) a la même forme que Exp3), et  ii) Exp3 ≡ Exp4 (par le test d’égalité).  On a donc Exp1 ≡ Exp4 (par transitivité). |
| Exp2 ≡ Exp3 | Exp2 ≡ Exp4 (via forme commune), et Exp4 ≡ Exp 3 (par le test d’égalité).  Donc, Exp2 ≡ Exp3 (par transitivité). |
| Exp2 ≡ Exp4 | Les deux expressions admettent une forme commune: *3(x-3)(2x-1)*. |
| Exp3 ≡ Exp4 | Par le test d’égalité, qui affiche “true”. |

**Discussion en classe des parties II A, B, et C**

**Devoir**

**A.** Montre que les quatre expressions du tableau 4 sont équivalentes, en utilisant une ou plusieurs approche(s) avec la calculatrice de ton choix. Décris ton travail dans le tableau 5.

**Tableau 4**

|  |
| --- |
| Expression donnée |
| 1. |
| 2. |
| 3. |
| 4. |

**Tableau 5**

|  |  |
| --- | --- |
| Ce que tu as tapé à la calculatrice | Résultat affiché par la calculatrice |
| EXPAND () |  |
| EXPAND () |  |
| EXPAND () |  |
| EXPAND () |  |

Explique comment les résultats du tableau 5 te permettent de conclure que les quatre expressions sont équivalentes.

|  |
| --- |
| Les expressions sont toutes équivalentes parce qu’elles se développent (via EXPAND) toutes en une même forme commune. |

**B.** Trouve le plus grand ensemble commun de valeurs admissibles pour *x* pour cet ensemble d’expressions. Montre comment tu as pu déterminer ceci.

|  |
| --- |
| Le plus grand ensemble commun de valeurs admissibles pour *x* pour cet ensemble d’expressions contient tous les nombres réels sauf ceux pour lesquels une des expressions n’est pas définie (c.-à.-d. quand un dénominateur égale zéro):  IR-{1/3, 5/4, 3}  Exp1 n’est pas défini quand *x* = 3 et *x* = 5/4, par inspection de son dénominateur.  Exp2 n’est pas défini quand *x* = 3, aussi par inspection de son dénominateur.  Exp3 n’est pas défini quand *x* = 3 and *x* = 1/3,  puisque son dénominateur se factorise comme suit *-1(3x2-10x+3)* et ensuite en *–1(3x-1)(x-3)*.  Exp4 n’est pas défini quand *x* = 3 and *x* = 1/3, puisque son dénominateur se factorise ainsi  *4(x2-2x+1)- (x2+2x+1) = 4x2-8x+4-x2-2x-1*  *= 3x2-10x+3*  *= (3x-1)(x-3)* |

1. Es-tu surpris(e)par les formes factorisées (via FACTOR) et développées (via EXPAND) de ces quatre expressions? Explique STP.

|  |
| --- |
| Le tableau 5 montre que la forme développée est toujours .  La commande FACTOR appliquée à chaque expression produit toujours la même expression:  .  Il peut sembler étrange que les formes factorisées et développées soient identiques, mais cela arrive parfois avec certains types d’expressions. |

**Feuille de travail pour la partie II (B)**

|  |  |
| --- | --- |
| Ce que tu as tapé à la calculatrice | Résultat affiché par la calculatrice |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |