**Activité 5 : Somme et différence de cubes**

(Activité d’enrichissement sur la factorisation)



Le but de cette activité est d’aider les élèves à travailler avec les expressions algébriques comportant une somme ou une différence de puissances qui sont des multiples de 3.

*Préambule :* Discussion en groupe-classe (10 minutes), avant de débuter la Partie I de l’activité

* L’enseignant discute des éléments qui sont présentés dans les manuels sur la différence de carrés comme méthode particulière de factorisation. L’enseignant amènera les élèves à faire le raisonnement inverse, c’est-à-dire que les élèves devront produire une différence de carrés à partir de formes factorisées (quelques exemples où les élèves multiplient des facteurs en utilisant la méthode papier-crayon de manière à obtenir la différence de carrés. Le but est qu’ils réalisent que certains termes s’annulent.)
* L’enseignant demandera aux élèves d’essayer et de produire des facteurs dont le produit est une somme ou des sommes de carrés. Le but est que certains élèves arrivent à la conclusion qu’il est possible de produire des formes telles que *x*2–*y*2,mais pas *x*2+*y*2.

## Partie I (avec la calculatrice, 10 minutes) : De la forme factorisée à la forme développée

Les formes factorisées suivantes sont différentes de celles que nous avons déjà rencontrées. Utilise la commande EXPAND de ta calculatrice pour voir si ces produits de facteurs, une fois développés, produisent des résultats intéressants.

|  |  |
| --- | --- |
|  Forme factorisée | Forme développée affichée par la calculatrice  |
| 1.  |  |
| 2.  |  |
| 3.  |  |
| 4.  |  |
| 5.  |  |

**Partie II (avec papier-crayon et calculatrice, 15 minutes) :**

**Construction et vérification d’une règle algébrique générale**

II a)Regarde attentivement la forme de tous les résultats développés, produits par ta calculatrice. Décris les régularités que tu remarques entre la forme factorisée et la forme développée.

II b)Peux-tu énoncer la régularité que tu as décelée dans les cinq exemples précédents en inscrivant les deux règles algébriques suivantes :

II c)Utilise des calculs papier-crayon pour montrer que les deux règles trouvées ci-dessus fonctionnent.

[Règle anticipée:  et ]

II d) Comment utiliserais-tu ta calculatrice pour vérifier les règles algébriques trouvées à la question b ? Laisse des traces de ton travail dans le tableau ci-dessous.

|  |  |
| --- | --- |
| Instruction tapée à la calculatrice  | Résultat affiché par la calculatrice |
| Quelques stratégies d’élèves anticipées : |  |
| 1) EXPAND() |  |
| 2)  |  |
| 3)  |  |
| 4) FACTOR(*a*3+*b*3) |  |

## Discussion en classe des Parties I et II

## Discussion en groupe-classe (À faire après la réalisation des Parties I et II) : (10 minutes)

* Dans la Partie I, quels sont, s’il y en a, les résultats que vous avez trouvés intéressants ?
* Discussion sur la Partie II a) : Qu’avez-vous remarqué quant à la régularité des facteurs dans ce groupe d’expressions ? Quelle régularité voyez-vous entre ces facteurs et leurs formes développées correspondantes, qui ont été produites par la calculatrice ?
* Discussion sur la Partie II b): Quelle règle algébrique générale avez-vous produite pour décrire la régularité remarquée à la Partie II a) ?

[, ]

Ces règles sont souvent appelées des **identités** (c’est-à-dire des équations formées à partir d’expressions équivalentes).

[Nous prévoyons que la représentation de cette régularité à l’aide d’une règle algébrique constituera peut être un défi pour les élèves]

* Discussion sur la Partie II c): comment pouvez-vous montrer que les règles élaborées à la Partie II b) fonctionnent ?

[Difficultés à mettre en lumière : (i) Pourquoi des termes des expressions intermédiaires s’annulent-ils ?, (ii) Quel lien y a-t-il entre cette raison et ce qui arrive dans le cas d’une différence de carrés ?]

* Discussion sur la Partie II d): Quelles stratégies avez-vous utilisées pour répondre à la question II d) ? Justifiez le choix de ces stratégies. Comment interprétez-vous ce qui est affiché par la calculatrice ?

##### **Partie III (avec papier-crayon et calculatrice, 20 minutes, à terminer en devoir si nécessaire)**

**III (A)** Factorise complètement chacune des expressions suivantes **seulement** avec papier-crayon.
Tu peux utiliser les règles algébriques énoncées précédemment.
Montre tout ton travail dans la colonne de droite ci-dessous:

|  |  |
| --- | --- |
| Expression donnée | Travail pour factoriser l’expression donnée |
| 1.  |  |
| 2.  |  |
| 3.  |  |

4. Explique comment tu as fait le lien entre les règles algébriques générales précédentes et les expressions données ci-dessus.

|  |
| --- |
|  |

**III(B)** 1. Factorise l’expression suivante avec papier-crayon : .

|  |
| --- |
|  |

2. Quelle(s) identité(s) t’a (t’ont) aidé à factoriser l’expression de la question ci-dessus ?
STP, décris comment tu as appliqué ces identités.

|  |
| --- |
|  |

3. Factorise l’expression suivante avec papier-crayon: .

|  |
| --- |
|  |

4. Quelles identités t’ont aidé à factoriser ? Explique comment tu as appliqué ces identités.

|  |
| --- |
|  |

## Discussion en classe des Partie III, A et B (environ 10 minutes)

Discussion portant sur la décomposition et la factorisation d’expressions comportant des binômes contenant des exposants qui sont pairs et/ou multiples de 3.

Notre intérêt particulier face aux questions A(4), B(2) et B(4) est de savoir comment les élèves ont procédé pour lier l’expression donnée aux deux identités de cette leçon. La discussion en groupe-classe devrait mettre en lumière les conceptions des élèves à propos de ces liens.

Questions spécifiques pour la discussion :

* Dans la discussion de la Partie A, demander à certains élèves de montrer leur travail et d’expliquer le lien qu’ils voient entre la structure de l’expression donnée et les identités. Par exemple, quelle identification ont-ils faite entre l’expression 1 et, disons, la forme standard *a*3–*b*3?
* À la discussion de la Partie B, voir la structure des identités dans les expressions est rendu plus difficile par la nature des exposants. Permettre aux élèves de partager les structures décelées par eux dans les expressions de B(1) et B(3). En particulier, voient-ils l’expression en B(3) comme à la fois une différence de carrés et une différence de cubes ?

• « Quelles sortes de binômes comportant des exposants sommes-nous désormais capables de factoriser ? » Fournir au besoin des exemples tels que ceux donnés en B(1) et B(3) de la Partie III.

**Partie IV (Devoir-défi avec papier-crayon) : Application des identités**

Le but de cette partie est de renforcer la pertinence des identités pour les élèves, en leur fournissant des opportunités pour prolonger et appliquer les identités dans un contexte numérique et algébrique. Cette partie implique aussi une composante de modélisation algébrique.

Problème 1.

Pierre affirme que «  Si la différence de deux entiers est de 2, alors la différence de leurs cubes est toujours un entier pair ».

Argumente pour ou contre cette affirmation de Pierre. Montre ton travail dans l’espace ci-dessous.

Problème 2.

Éric fait à son tour l’affirmation suivante : « Prends un entier, élève-le à la puissance 6, puis soustrais 1 au résultat. Le nombre final ainsi obtenu est toujours divisible par l’entier initial moins un, ainsi que par l’entier initial plus un ».

Argumente pour ou contre cette affirmation d’Éric. Montre ton travail dans l’espace ci-dessous.

Discussion en groupe-classe (À faire le lendemain de la réalisation du devoir-défi de la Partie IV) :

(20 minutes)

**Problème 1**. « En vous référant au Problème 1, est-ce que Pierre avait raison ? Comment avez-vous montré que Pierre avait tord ou raison ? »

* Si les stratégies présentées par les élèves sont principalement numériques, demandez à la classe si quelqu’un a utilisé une stratégie algébrique. Invitez cet (ces) élève(s) à partager son (leur) approche avec le reste de la classe.
* Difficultés principales anticipées (et les points à mettre en lumière lors de la discussion)
1. Exprimer une quantité en fonction d’une autre (« la différence de deux entiers est de 2 »), dans l’optique de produire l’expression algébrique d’une cubique contenant une seule variable.
2. Interpréter le résultat final du développement de l’expression cubique comme un nombre pair.
3. Voir l’algèbre comme un outil utile pour prouver quelque chose en mathématique.

• « Que nous apportent les stratégies numériques ? Que nous apportent les stratégies algébriques ? »

**Note**. Ces questions ont pour but de vérifier ce qui suit : est-ce que les élèves sont davantage convaincus par des exemples numériques ou par des représentations générales /algébriques des relations numériques ?

• « Est-ce que quelqu’un a utilisé une calculatrice pour ce problème ? Comment la calculatrice a-t-elle été utilisée? »

**Problème 2**. « En ce qui concerne le Problème 2, est-ce qu’Éric avait raison ? Comment avez-vous montré qu’Éric avait tord ou raison ? »

* Si les stratégies présentées par les élèves sont principalement numériques, demandez à la classe si quelqu’un a utilisé une stratégie algébrique. Invitez cet (ces) élève(s) à partager son (leur) approche avec le reste de la classe.
* Difficultés principales anticipées (et les points à mettre en lumière lors de la discussion)
1. Après que l’énoncé « Prends un entier, élève-le à la puissance 6, puis soustrais 1 au résultat. Le nombre final ainsi obtenu est toujours divisible par l’entier initial moins un, ainsi que par l’entier initial plus un » ait été traduit en une forme algébrique, que faire avec cette forme ?
2. Ne pas avoir conscience que les facteurs sont aussi les diviseurs peut nécessiter une prolongation de la discussion sur ce fait ainsi qu’un retour sur les contextes arithmétiques.