



CARAPACE

PROJETS DE RECHERCHE
1987-1993

SÉMINAIRE GRUTEAM
janvier 2015

Nos Recherches avec CARAPACE

Étude 1 (1987-1988) :

Méthodes numériques de résolution – “guess and test”

- Dans l’environnement CARAPACE et avec l’introduction de la représentation “table de valeurs”, les élèves (6e année) ont utilisé des processus cognitifs différents de résolution de problème algébrique qu’avec papier-crayon.
- Avec papier-crayon, leurs “connaissances de tous les jours” ont suggéré i) des valeurs possibles pour faire des “guess and test,” ii) le domaine de variation et iii) que la situation-problème était ou croissante ou décroissante.
- Dès qu’ils ont commencé à utiliser la table de valeurs de l’environnement technologique, les informations contextuelles étaient oubliées et ils ont utilisé des stratégies de reconnaissance de patterns et des relations d’ordre pour donner du sens à la table de valeurs.

Conclusions :

- Une nouvelle représentation mène à des stratégies plus primitives de reconnaissance de patterns et un effort pour trouver des régularités de cette représentation. Si la représentation est dynamique, l'effort peut être considérable.
- Les caractéristiques de l'environnement technologique ont une influence sur la nature des processus engagés dans cet environnement.
- Les connexions entre les processus utilisés dans un environnement papier-crayon et ceux utilisés dans un environnement technologique ne sont pas nécessairement générées spontanément par les élèves.
- Le développement de ces connexions prennent i) beaucoup de temps et ii) le design des tâches spécifiques pour accomplir ce but.

Blanton et al. (2015), dans leur étude où des élèves ont été introduits à certains aspects d'un algèbre destiné aux élèves du primaire, ont remarqué:

- From a process-to-object lens, the fact that students transitioned through similar trajectories for recursive patterns and functional relationships seems plausible due to the repetitive nature of the process of interiorization, condensation, and reification. In Sfard's (1991) account of the historical development of number, she describes that "approximately the same sequence of events could be observed time and again, whenever a new kind of number was being born" (p. 13). Presuming that the formation of any concept will go through this or some other such cycle (see e.g., Radford, 2003) regardless of the grain size or time span in which it occurs, then as students shifted between a recursive lens and a functional lens—in our view, qualitatively different forms of thinking for the students—we might expect that they would "start over" in the development of their thinking about a particular type of relationship." (p. 47-48).

Étude 2 (1988-1989) :

Génération de représentations fonctionnelles algorithmiques

- Avec papier-crayon, les élèves (sec. 1) essaient de résoudre des problèmes narratifs avec des opérations de “unwinding/undoing” – une approche arithmétique.
- En CARAPACE, nous avons encouragé d’abord la représentation de la situation du problème sans donner la question principale du problème. Ceci a marché assez bien pendant quelques sessions jusqu’au moment de poser la question qui allait avec le problème.
- Dès que nous avons intégré la question dans la situation, les élèves ont recommencé à utiliser leur vieille approche de “unwinding/undoing” et ont abandonné la représentation fonctionnelle qu’ils avaient générée.

Suite de l'Étude 2 :

- Éventuellement, les élèves ont remarqué que, pour certains problèmes avec plus qu'une occurrence de l'inconnue, leurs vieilles méthodes arithmétiques ne marcheraient plus.
- À ce moment, ils commençaient à utiliser la représentation fonctionnelle et une piste de solution basée sur l'approche numérique.
- **Conclusions :** Les approches de résolution de problème qui sont bien pratiquées sont des processus cognitifs qui sont très difficiles à enlever. De construire une approche non-arithmétique de représentation et de solution est un processus cognitif qui peut prendre beaucoup de temps pour le mettre en place.

Étude 3 (1989-1990) :

Transition aux représentations standards algébriques

- Les élèves (sec 2) avaient participé dans le projet de l'année précédente.
- Le focus de l'Étude 3 était sur la transition des programmes multi-lignes de CARAPACE à la notation algébrique des équations, incluant les parenthèses, hiérarchie des opérations, noms de variable avec une lettre, ...
- **Résultats** : Une difficulté centrée sur la condensation de deux lignes d'un programme CARAPACE à une ligne et où il fallait combiner deux occurrences de la variable en une.
- Une 2e difficulté centrée sur la substitution d'une variable par une expression contenant une autre variable et un constant.
- Une 3e difficulté centrée sur la simplification -- les informations contextuelles seraient perdues ou non-utilisées.

Conclusions de l'Étude 3 :

- Faire des essais numériques est une activité très utile i) pour aider à donner un sens aux problèmes narratifs, ii) pour représenter ces problèmes et iii) pour les résoudre.
- Les noms significatifs des variables aident à garder le sens d'un problème et à faire des opérations de substitution lorsqu'un programme est séquentiel (ex., $\text{aire1} + 80$ donne aire2 et $\text{aire2} / 6$ donne aire3).
- La substitution est beaucoup plus difficile à faire si l'enchaînement des variables n'est pas séquentiel (c.-à-d., si "aire2" se trouve encore une fois dans la 4e ou 5e ligne du programme).
- Par contre, la motivation de faire ce genre de condensation des lignes du programme est un peu absente en CARAPACE – CARAPACE fait automatiquement les calculs de toutes les lignes du programme.

Étude 4 (1990-1991) :

Graphiques cartésiens et la résolution de problèmes

- Sujets : élèves avec 2 années d'expérience en CARAPACE
- Première expérience avec des graphiques cartésiens
- **Résultats** : Dans la recherche de solutions aux problèmes (fonctions non-linéaires) avec des solutions multiples, les élèves étaient plus performants avec la représentation graphique qu'avec la représentation tabulaire. Avec la représentation tabulaire, ils ne voyaient pas globalement le comportement de la fonction.
- **Conclusions** : Pour trouver les solutions à un problème qui est une fonction non-linéaire, et qui est représentée par une table de valeurs, il faut avoir une stratégie additionnelle (et non pas simplement la recherche de patterns) qui permettra de structurer les données numériques.

Étude 5 (1991-1992) :

Production, interprétation et modification de graphiques

- Sujets : élèves de Sec 1, sans expérience préalable de CARAPACE.
- Les premières 10 sessions : L'écriture de programmes algorithmiques et la résolution de problèmes avec la table de valeurs.
- Les prochaines 11 sessions : L'environnement graphique de CARAPACE.
- Objet de recherche : notions de l'infini liées à l'environnement dynamique où des points discrets sont tracés.

Suite de l'Étude 5 :

- **Résultats** : Perte de connexion (au moins pour une certaine période de temps) entre les valeurs numériques de la table de valeurs et la représentation graphique de points.
- Les élèves ont commencé par utiliser des aspects visuels de graphiques et ont fait des extrapolations basées sur cet aspect visuel (perceptuel) – une approche primitive liée à l'introduction d'une représentation nouvelle.
- **Conclusions** : Ça prend une certaine période de temps afin de bien comprendre comment fonctionne un nouveau environnement (l'environnement graphique dynamique) et afin de générer des approches qui marchent pour trouver graphiquement la/les solution/s.

Étude 6 (1992-1993) :

Extension structurelle des notions processuelles

- Sujet: un élève qui avait participé à l'Étude 5 (donc déjà 20 heures d'expérience avec CARAPACE).
- Objet de recherche : De suivre l'évolution de ses notions fonctionnelles (fonctions linéaires et quadratiques) et de voir si une compréhension structurelle arriverait spontanément.
- Les premières 6 sessions: fonctions linéaires
- Les prochaines 6 sessions: fonctions quadratiques et comparaison de ces deux types de fonctions en différentes représentations.

Suite de l'Étude 6 :

- **Résultats** : Développement continu et persistant de ses approches numériques.
- Il chercherait une différence constante dans les tables de valeurs pour savoir si une fonction est linéaire ou non.
- Il pouvait générer un programme qui aurait un graphique linéaire.
- Pour générer une courbe, il penserait d'une situation, écrirait un programme, et le testerait avec des valeurs numériques pour voir si les différences étaient constantes ou non.
- Il n'est pas devenu conscient de la forme x^2 ou $x * x$.
- Pour créer un programme équivalent à $3(x+5)$, il a procédé uniquement par la table de valeurs et ses différences constantes pour générer $15 + x*3$.

Suite de l'Étude 6 :

- **Conclusions :**
- Le développement d'une connaissance de la forme n'est pas spontané; ça exige un enseignement (*instructional design*).
- La nature de l'activité spontanée de cet élève suggère que les élèves qui n'ont pas encore appris comment faire un peu de manipulation symbolique auront une certaine difficulté à explorer des formes alternatives des expressions et à générer des expressions équivalentes des fonctions.

Questions générales d'une nature méta et épistémologique qui étaient à la base de nos projets de recherche :

- Quel est l'objet d'apprentissage que nous voulons étudier ?
- Quels sont ses aspects centraux ?
- Comment croyons-nous que des élèves pourraient venir à connaître cet objet ?
- Quelles tâches et quelle séquence de tâches pouvons-nous *designer* pour que des élèves pourraient venir à connaître cet objet ?
- Quel rôle pourrions-nous attribuer à la technologie dans le processus cognitif de “venir à connaître cet objet” ?