Mathématiques et civilisation

André Ross Louis Charbonneau

Il y a 400 ans mourait sieur François Viète, seigneur de la Bigotière

Louis Charbonneau UQAM

L'avocat mathématicien

Paris et bientôt toute la France retentissent des cris des huguenots charcutés. Des familles entières sont passées au fil de l'épée. Du grand amiral Coligny jusqu'à l'humble commercant, les Protestants deviennent la proie de l'ire populaire. Le roi Charles IX, qui avait pourtant accepté le meurtre de Coligny et de ses proches, se trouve bientôt dépassé par les événements. Nous sommes le 24 août 1572, le jour de la Saint Barthélemy. En cette journée funeste, François Viète (1540-1603) est sans doute à Paris. Depuis un peu plus d'un an, il y réside. En tant qu'avocat, il cherche à être nommé conseiller au Parlement. Catholique, il assiste au massacre dans la plus grande consternation. La peur l'étreint, et pour cause. Depuis une dizaine d'années, il travaille pour la maison de Soubise et celle de Parthenay, deux familles notoirement protestantes. À Paris, il s'est rapproché aussi de Jeanne d'Albert et de son fils, Henri de Navarre, le futur Henri IV. Viète se déplace donc dans la mouvance de la haute aristocratie protestante. Dans l'atmosphère sulfureuse de ces tristes journées, il ne devait pas se sentir en sécurité. D'ailleurs, le mari de celle dont il fut le précepteur, Catherine de Parthenay (1554-1631), tomba ce jour -là.1



Viète a certainement été très touché par la perte d'un autre huguenot, Pierre de la Ramée (1515-1572). Dans la capitale, il avait tout naturellement développé des relations avec des mathématiciens, de la Ramée, professeur Royal, Jacques Peletier du Mans (1517-1582), poète membre de La Pléiade et algébriste de qualité, Georges Gosselin, le traducteur de Tartaglia. Ce Pierre de la Ramée, connu aussi sous le nom de Ramus, personnage haut en couleur et controversé, réformateur de l'éducation dans les collèges de Paris, avait entre

autres publié une édition tout originale des Éléments d'Euclide. En quoi originale? Eh bien, elle brisait la sacro-sainte suprématie de la démonstration synthétique en introduisant souvent des exemples numériques, d'abord dans un but pédagogique, mais aussi en réaction à l'approche, stérile et habituelle à l'époque, de l'apprentissage par cœur des démonstrations. Ramus cherchait à donner à la géométrie un dynamisme intellectuel que les démonstrations synthétiques, dans leur forme choisie par Euclide, ne savaient guère susciter dans l'esprit des étudiants. En quantifiant, par la mesure, les situations géométriques, Ramus espérait faire sentir aux étudiants la véracité des énoncés. Mais, ce faisant, il heurtait de front la dichotomie, remontant à la chute des pythagoriciens, entre le numérique et le géométrique. Ramus, l'iconoclaste, a profondément influencé Viète.

Comment un avocat de province comme Viète s'étaitil passionné pour les mathématiques ? Lorsqu'il s'occupait, entre autres, de l'éducation de Catherine de Parthenay dans les années 1560, Viète écrivit des notes pour l'éducation de son élève. L'un de ces cahiers, le seul qui nous est parvenu, porte sur la cosmologie et l'astronomie. On peut penser qu'à l'occasion de cette rédaction, il lut un certain nombre de livres sur la question et que son esprit inquisiteur fut touché et fasciné par le sujet. L'intérêt même de Catherine pourrait même avoir joué un rôle dans l'évolution de cet intérêt. C'est d'ailleurs ce qu'il laisse entendre ultérieurement dans la préface de son livre programmatique In artem Analyticem Isagoge (Introduction à l'art analytique (1591)). « C'est à vous, auguste fille de Mélusine (Viète réfère ici à Catherine), que je dois surtout mes études de mathématique, auxquelles m'ont poussé votre amour pour cette science, la très grande connaissance que vous en possédez, et même ce savoir en toute science que l'on ne saurait trop admirer dans une femme de race si royale et si noble. »² L'astronomie le préoccupa à un tel point qu'il décida d'écrire un traité sur la question, Harmonicum coeleste, dans l'esprit de l'Almageste de Ptolémée. De ce traité, seule sera publiée, en 1579, la première moitié intitulée Canon mathematicus contenant diverses tables de lignes trigonométriques. Notons au passage que le mot trigonométrie n'existait pas encore puisqu'il n'a été utilisé pour la première fois qu'en 1595 par Pitiscus (1561-1613). Cette pratique active du calcul trigonométrique marquera toute l'œuvre mathématique de Viète.

Lors de la Saint Barthélemy, Viète a 32 ans et il se cherche encore. D'une part, il poursuit une carrière dans les milieux du pouvoir. D'autre part, conscient de sa valeur en tant que géomètre et mathématicien, il veut aussi se faire reconnaître de ce côté en publiant son Harmonicum coeleste. Au lendemain du massacre, on pourrait croire que sa carrière politique souffrirait grandement. Pourtant, l'année suivante, il obtient du roi sa nomination en tant que conseiller du Parlement de Bretagne. Sa réputation de fin négociateur et d'esprit raffiné se répand. Le nouveau roi Henri III, qui monte sur le trône en 1574, le fait venir à la cour et lui confie de nombreuses missions délicates. En 1580, les faveurs du roi se cristallisent dans la charge de Maître des requêtes de l'Hôtel et de conseiller du Roi. La réputation de Viète atteint un sommet car non seulement il fait maintenant partie de l'entourage du roi mais, comme nous l'avons mentionné plus haut, il a publié en 1579 son Canon mathematicus. Toutefois, ceux qui se sont opposés à un pouvoir protestant grandissant voient d'un très mauvais œil ce catholique, trop proche des huguenots, avoir l'oreille du roi. Ils intriguent. Si bien qu'en 1584 ou 1585, ils obtiennent sa disgrâce. Viète se retire dans son Poitou natal auprès de ses protectrices, Françoise de Rohan et Catherine de Rohan-Parthenay. Au cours des quelques années qui vont suivrent, et jusqu'en 1589, Viète s'occupe des affaires de la famille de Rohan, mais surtout, il consacre ses temps libres à l'édification d'une nouvelle vision de la résolution de problèmes en développant son nouvel art analytique. De ces quelques années loin de la vie trépidante de la cour émergent les bases d'une algèbre autonome et symbolique. Nous y reviendrons plus loin, mais disons que c'est pour cette partie de son œuvre que nous nous rappelons de lui aujourd'hui. Pour cela, nous pouvons remercier les Guise et autres intrigants catholiques. Malheureusement, ces derniers ne se limiteront pas à l'intrigue.

En avril 1589, Henri III doit quitter Paris sous les pressions de la Ligue catholique. Il se réfugie à Tours. Il rappelle à lui Viète. Cependant, cet exil prend bientôt une allure encore plus tragique avec l'assassinat du roi en juillet. Henri de Bourbon, roi de Navarre, protestant, succède à son cousin. L'Espagne soutient la Ligue. La France fait face à de grands périls. Mais l'énergie que déploie Henri IV à résister à cette marée révolutionnaire non seulement arrête la progression de ce mouvement, mais la renverse, grâce aux armes

certes, mais aussi à la négociation et la diplomatie. Il n'est donc pas surprenant de voir Viète dans l'entourage du nouveau souverain. Négociateur habile, il sert le roi aussi par ses qualités de mathématiciens. Ainsi, en octobre 1589, une dépêche espagnole est interceptée. Codée, elle semble impossible à déchiffrer. Le roi confie à Viète le travail difficile de briser le code, et ce avec d'autant plus de confiance que ce dernier avait déjà aidé de cette façon Henri III dans sa lutte contre ses adversaires. Le succès de Viète est tel que certains, jusqu'à Rome, l'accusent de sorcellerie.

En 1593, Henri de Navarre se convertit au catholicisme et peut rentrer à Paris en mars 1594. (« Paris vaut bien une messe », aurait dit Henri IV). Dès le retour de la cour dans la capitale, Viète réintègre ses charges de maître des requêtes et devient membre du conseil privé du roi. Il remplit ses tâches diligemment jusqu'en 1597, malgré une santé de plus en plus chancelante. Conscient de la fragilité de santé de son conseiller, le roi lui permet de retourner chez lui à Fontenay-le-Comte, en Poitou, en lui confiant une mission délicate dans le cadre d'une réforme fiscale. Viète, comme à son habitude, s'enquit de sa tâche plus qu'adéquatement. Néanmoins, ses forces le quittent peu à peu. À la fin de 1602, il demande au roi de le relever de toutes ses fonctions. Il meurt le 23 février 1603. dans son lit, alors qu'on venait de déposer 20 000 écus à son chevet, gage de reconnaissance du roi. Plusieurs attribuèrent son décès à l'âge de 63 ans à l'excès de travail. Quelques semaines auparavant, il avait fait parvenir au ministre Sully un mémoire dans lequel il révélait sa méthode de décryptage pour le bénéfice de ceux qui, dans l'avenir, prendraient la relève dans le déchiffrage des messages codés.

L'algèbre nouvelle de Viète³

Lorsque Viète publie son *Canon mathematicus* en 1579, il fait montre d'un esprit hautement numérique. De même que Ptolémée avait débuté son magistral *Almageste* par un chapitre décrivant comment il avait construit sa table des cordes, l'ancêtre de nos sinus, de même Viète s'applique d'abord à donner des tables et des outils permettant de résoudre plus facilement les triangles plans et sphériques. Les raisonnements impliqués dans ce genre de questions reposent sur la mesure des segments et des arcs de cercles et sur des manipulations successives de relations entre ce qui est connu et ce qui est inconnu. De ce fait, Viète, comme

tout astronome, se situe à la jonction du numérique et du géométrique. Contrairement à presque tous les astronomes de son époque, Viète délaisse la représentation sexagésimale des fractions et y préfère une représentation décimale, une barre et la grosseur des chiffres permettant de distinguer la partie entière de la partie fractionnaire.⁴ Cela n'est pas innocent. Par l'usage de cette représentation, la frontière entre le géométrique et le numérique s'amenuise. À la fin du Canon, Viète présente, d'une facon très schématique, les diverses facons d'effectuer les calculs. À voir la forme que prennent ces explications, on peut penser que se retrouve ici une influence de Ramus dont nous avons parlé au début. En effet, Ramus favorisait toujours un mode schématisé de présentation dans les manuels, comme une façon d'exhiber le général au-delà du particulier. On le voit, l'utilisation des raisonnements de nature algébrique dans la résolution de problèmes géométriques imprègne l'ensemble de ce premier travail. Cependant, Viète n'aborde pas la question alors centrale : « Est-on justifié d'utiliser l'algèbre pour résoudre des problèmes géométriques ? ».

Pour nous, cette question semble sans intérêt tant la réponse nous apparaît évidente. Il en allait tout autrement en cette fin de la Renaissance. D'une part, depuis la découverte par les Pythagoriciens de l'incommensurabilité de la diagonale du carré par rapport à ses côtés, l'arithmétique ne saurait trop prétendre devenir un outil pour la géométrie. En effet, plusieurs grandeurs géométriques ne peuvent donc être représentées par des nombres entiers et fractionnaires. Il en découle que les nombres et les grandeurs géométriques ne sauraient être de même nature. D'ailleurs, on le constate clairement au niveau des opérations. Le résultat de la multiplication de deux nombres est de même nature que les nombres multipliés. Il en va tout autrement pour la multiplication de deux segments car leur produit est une surface. Pour ajouter à la complexité, il n'y a pas que les nombres et les grandeurs géométriques qui diffèrent, le rapport de deux grandeurs (deux nombres ou deux grandeurs géométriques) est aussi d'une nature différente des deux premiers. Or l'algèbre prend principalement sa source dans l'arithmétique et se présente sous la forme d'une collection de règles. De ce fait, elle semble moins générale que la géométrie. Par ailleurs, Cardan (1501-1576) avait utilisé en 1545 un raisonnement géométrique pour justifier ses règles de résolution des équations du troisième degré.⁵ La géométrie apparaît donc plus fondamentale que l'algèbre. Ne tourne-t-on pas en rond si l'on cherche à utiliser l'algèbre pour résoudre des problèmes géométriques? De plus, la résolution algébrique de certaines équations du troisième degré implique le passage par des nombres imaginaires, processus pour le moins troublant, alors que ces mêmes équations correspondent au problème de la trisection d'un angle qui lui est un problème dont une solution géométrique est connue, si l'on ne se restreint pas à la règle et au compas. Dès lors, la géométrie semble un outil plus sûr que l'algèbre.

Dans ce contexte, la géométrie apparaît en cette fin du XVIe siècle comme un domaine clairement plus général que l'algèbre qui demeure, elle, parcellaire et tributaire de l'arithmétique, elle-même moins générale que la géométrie. À cet égard, la controverse règne parmi les mathématiciens. Elle prend la forme de discussions sur l'opportunité d'inclure dans les nombres les irrationnels et généralement les mesures de toute grandeur géométrique. Ramus décrit la géométrie comme l'art de bien mesurer et donc, trouve inutile la discussion sur la classification des grandeurs irrationnelles que fait Euclide dans le livre X de ses Éléments. Stevin (1548-1620) affirme que $\sqrt{8}$ constituant une partie de 8 est de même nature que 8 et donc que $\sqrt{8}$ est un nombre au même titre que 8. Kepler (1571-1630), le mystique, s'insurge pour sa part avec virulence contre cette intrusion du numérique dans la géométrie. Selon lui, la géométrie permet de trouver les vraies causes des phénomènes alors que l'algèbre et le nombre ne servent qu'aux calculs des marchands.

Viète va prendre une position originale en ne focalisant plus la problématique autour de la question « qu'est-ce qu'un nombre ? » mais plutôt en centrant son attention sur la façon de trouver généralement une solution à un problème de géométrie. Les années de disgrâce, de 1585 à 1589, sont consacrées à cette réorganisation. Comment s'y prend-il? Pour répondre à cette question, il convient d'abord de noter que les Livres arithmétiques de Diophante avaient été redécouverts en 1560 par Antoine Maria Pazzi. Cette découverte avait été suivie en 1575 par la publication d'une première traduction latine, par Xylander. De plus, en 1588 paraît la traduction latine, par Commandino, de la Collection mathématique de Pappus. Lorsque Viète s'apprête à la fin des années 1580 à publier son programme pour une nouvelle algèbre dans son

Introduction à l'art analytique, il avait étudié en profondeur ces ouvrages. Il en a aussi retiré la substantifique moelle. Il retient globalement deux points. D'une part, les Grecs utilisaient ce qu'ils appelaient l'analyse pour trouver une solution à un problème géométrique ou une démonstration à une proposition. D'autre part, l'algèbre fonctionne sur le même principe que l'analyse des anciens. Cette dernière analogie avait été notée par Ramus, mais ce dernier ne l'avait pas vraiment mise à profit. Viète saura, lui, l'exploiter pour donner à l'algèbre une puissance toute nouvelle.

L'analyse des anciens est bien définie par Pappus (IVe siècle):⁷

La voie qui part de la chose cherchée, considérée comme étant concédée, pour aboutir, au moyen des conséquences qui en découlent, à la synthèse de ce qui a été concédé. En effet, en supposant, dans l'analyse, que la chose cherchée est obtenue, on considère ce qui dérive de cette chose et ce dont elle est précédée, jusqu'à ce que, revenant sur ses pas, on aboutisse à une chose déjà connue ou qui rentre dans l'ordre des principes; et l'on nomme cette voie l'analyse en tant qu'elle constitue un renversement de la solution.

Autrement dit, pour résoudre un problème par l'analyse, l'on suppose d'abord réalisée la propriété cherchée et, par une suite de propositions équivalentes à celle-ci, on tente d'arriver à une proposition qui est vraie. Alors, en partant de cette dernière, remontant les propositions équivalentes de la dernière à la première, on peut construire une démonstration. Ce parcours inverse de l'analyse se nomme la synthèse.

Pour résoudre algébriquement un problème, nous procédons en fait de la même manière, mais habituellement sans refaire la synthèse. En effet, en écrivant une équation qui représente la situation, nous acceptons pour un instant que l'inconnue cherchée existe et qu'elle satisfasse une certaine relation exprimée par une équation. Ensuite, par un jeu de règles de manipulations qui permettent de passer d'une relation à une autre équivalente, on modifie cette équation pour arriver à une relation, comme x = 2, qui, si elle est vraie, assure la véracité de la relation originale, et donc solutionne le problème.

Fort de cette analogie entre l'analyse et une approche par l'algèbre, Viète va chercher à établir un pont entre algèbre et géométrie qui esquive la question du nombre. Il va donc inventer un nouveau domaine, la *logistique spécieuse*. « La Logistique est celle qui est exposée par des signes ou des figures, par exemple, par des lettres de l'alphabet. » Ce qu'il y a de particulièrement original, et moderne, chez Viète est son souci de présenter un tel calcul (logistique) d'une façon pour ainsi dire axiomatique. Les propriétés des opérations sur les espèces reprennent celles des opérations sur les grandeurs géométriques. On peut dès lors écrire des expressions symboliques comme celle-ci,

Aujourd'hui, nous écririons

$$\frac{SA+2RA}{R}=B,$$

où S est une lettre, de dimension 1 pour Viète, A, une lettre, de dimension 2 pour Viète (ce qui explique le planum après le A), R une lettre, de dimension 1 pour Viète, et B une lettre, de dimension 2 pour Viète. Remarquons que même si les espèces possèdent une dimension, elles ne sont pas des grandeurs géométriques puisqu'elle sont simplement des lettres. On pourrait dire qu'elles sont des grandeurs universelles. En ce sens, les espèces sont indépendantes des nombres et des grandeurs géométriques. Toutefois, elles en possèdent les propriétés.

Le problème de la nature des nombres et de leurs relations avec la géométrie ne se pose donc plus puisque les équations correspondant aux relations caractéristiques d'un problème ne mettent en jeu que des espèces. Le niveau d'abstraction atteint ici impressionne. Il explique aussi pourquoi, dans les livres d'histoire des mathématiques, on présente Viète comme celui qui a pour la première fois représenté par des lettres les grandeurs indéterminées, comme les coefficients. En fait, Viète n'avait pas vraiment le choix. Se conformant aux préceptes de Pierre de la Ramée voulant que chaque domaine de connaissances ait un ou des objets propres, il ne pouvait introduire ni nombre ni grandeurs géométriques dans les équations des espèces.

Dès lors, un peu comme un auteur de roman doit se plier à la logique d'un personnage, le mathématicien poitevin a dû respecter la cohérence de sa *Logistique spécieuse* et n'avoir que des lettres dans ses expressions symboliques. Les seuls nombres qui peuvent y apparaître sont les nombres qui résultent d'un dénombrement d'une espèce spécifique, comme 3B pour B+B+B. Le fait que Viète ait été avocat n'a-t-il pas facilité l'émergence d'une vision aussi abstraite ? En effet, un code de loi correspond à certains égards à une représentation très abstraite de la réalité. Voilà qui mériterait sans doute une étude plus approfondie.

Même si Viète évite la problématique du nombre versus la géométrie, il ne peut échapper maintenant à celle de la relation entre sa logistique spécifique d'une part avec le domaine numérique et d'autre part avec le domaine géométrique. Aussi, crée-t-il l'exégétique numéreuse et l'exégétique géométrique, deux domaines dédiés spécifiquement à ces relations. L'exégétique numéreuse consiste à déterminer numériquement les racines des équations. Plus spécifiquement, elle fournit des méthodes d'approximation des racines d'équations numériques, c'est-à-dire des équations dont les coefficients sont précisément des nombres. Voici un exemple d'un problème résolu par l'exégétique numéreuse :

Soit propos 370 N-1 Q égale 9,261. On demande la valeur de 1N ou de la racine du carré arraché proposé. 10

Le N indique la première puissance de l'inconnue, le Q, l'inconnue au carré. Nous écririons $370x - x^2 = 9261$. Remarquons l'utilisation de notations qui s'inspirent de notations plus courantes de l'époque alors que chaque puissance de l'inconnue était représentée par son propre symbole. Il n'y a donc pas de confusion entre les symboles de la logistique des espèces et le calcul sur les nombres de l'exégétique numéreuse.

L'exégétique géométrique établit pour sa part un mode d'interprétation des équations en termes de constructions géométriques. Déjà, dans la logistique spécifique, Viète a pris soin d'associer à chaque type d'équation une forme correspondante en termes de proportions. Il appelle cette forme, la constitution de l'équation. Voici un exemple tiré de son De Recognitionne Aequiationum (De l'examen des équations)

publié à titre posthume en 1615 par son disciple Alexander Anderson.¹¹

Si B par A-A carré est égal à Z carré : il y a trois proportionnelles, dont la moyenne est Z, l'agrégat des extrêmes B; et A est faite la plus petite ou la plus grande des extrêmes.

De façon plus concise et lisible pour nous, ce théorème s'écrit

 $AB-A^2 = Z^2 \Longrightarrow$ il existe x, y, z tels que x:y:: y:z tels que Z = y et B = x + z et A = x ou z.

La partie de droite de l'implication est la constitution de l'équation. La constitution de l'équation associe à cette dernière une proportion et donc se rapproche de la géométrie car il existe plusieurs constructions géométriques permettant de déterminer une moyenne proportionnelle entre deux grandeurs données. D'ailleurs, dans le livre d'exégétique géométrique portant sur les équations carrées et bicarrées, Effectionum Geometricarum Canonica Recensio (Revue canonique des constructions géométriques) publié en 1593, on retrouve à la proposition XI l'implication inverse. 12

S'il y avait trois lignes droites proportionnelles : le rectangle sous la composée des extrêmes et l'autre de celles-ci, plus grande ou plus petite, diminué du carré de la même autre, est égal au carré de la moyenne.

En exhibant ainsi le moyen de passer du géométrique à la logistique spécieuse vice versa, Viète offre aux géomètres le moyen d'aborder ses problèmes avec des armeş bien fourbies. En effet, voulant attaquer un problème, le géomètre commence son analyse par exhiber la relation qui le caractérise et la traduit dans le langage de la logistique spécieuse. Il continuera en cherchant des expressions symboliques équivalentes par les règles de la logistique spécieuse et ce jusqu'à découvrir une expression « vraie ». Ces expressions ont chacune leur pendant en termes de constructions géométriques. Interprétant géométriquement la dernière expression, le problème peut être alors résolu, et ce, en des termes purement géométriques, le travail d'analyse pouvant être complètement camouflé sous un habillage géométrique.

On voit ici que l'objectif premier de Viète est la résolution des problèmes géométriques et que sa logistique spécieuse se veut avant tout un outil d'analyse. Ne ditil pas lui-même que le but de son art analytique est de Nullum non problema solvere (Donner solution à tout problème). 13 Aussi, comprend-on mieux le nom d'Art analytique que Viète préfère à algèbre. Le terme Art analytique fait référence à la Grèce antique, à sa géométrie et la puissance créatrice de ses géomètres. Le mot algèbre pour sa part vient de la latinisation du terme arabe al-jabr, signifiant « remettre ensemble ce qui a été brisé », et qu'al-Khwarizmi a employé pour l'opération consistant à additionner un même terme de chaque côté d'une équation de façon à éliminer un terme qui est soustrait. Étant donné que l'algèbre arabe pénètre en Europe par le biais des écoles de marchands, le terme algèbre n'a donc pas, doublement, le prestige associé à la Grèce antique pour les humanistes de la Renaissance.

Nous voyons souvent Viète appelé le père de l'algèbre symbolique. Pourtant, l'équation que nous avons donnée en exemple plus haut ne ressemble guère à notre symbolisme actuel. On y retrouve des lettres (des espèces) mélangées à des mots, comme aequabitur. Le symbolisme que nous utilisons aujourd'hui provient plutôt de La Géométrie (1637) de Descartes (1596-1650). Néanmoins, Viète mérite bien ce titre de père de l'algèbre symbolique. La logistique spécieuse, à la base de son Art analytique, étant un mode de calcul d'objets purement abstraits, un calcul de lettres, le symbolisme acquiert pour la première fois une indépendance totale, non seulement au niveau des opérations, mais aussi, et surtout, au niveau de sa capacité à démontrer. Plus besoin de retour à la géométrie pour soutenir une démonstration algébrique, comme sentaient le besoin de le faire al-Khwarizmi et Cardan, la manipulation symbolique trouve sa justification en elle-même par une axiomatisation des propriétés des opérations sur les lettres.

La renommée de Viète

L'habit ne fait peut-être pas le moine, mais c'est souvent par l'emballage qu'un produit se vend. Or l'emballage de l'art analytique rebute. Dans son *In artem Analyticem Isagoge* de 1591, Viète présente en une dizaine de pages la structure de son art et les traités qui viendront en préciser son utilisation dans la résolution de problèmes. Or, seuls quelques-uns de ces traités

seront publiés du vivant de Viète, et pas nécessairement dans un ordre facilitant l'appréhension de ce nouvel art. Dans un esprit tout ramusien, Viète divise son art en plusieurs parties, chacune avec ses objets propres, et introduit un nouveau vocabulaire, abondant et d'inspiration grecque, qui rebute quelque peu. Le tout apparaît éclaté à un lecteur non initié. Heureusement. Viète a eu quelques disciples¹⁴. Ces disciples ont connu personnellement Viète et, même s'ils n'étaient pas en général de grands mathématiciens, ils ont fait en sorte de faire diffuser son œuvre. À partir des années 1620, la puissance de l'Art analytique pour résoudre des problèmes géométriques devient bien documentée. Aussi, lorsque Descartes écrit La Géométrie, dans lequel il présente ce que nous appelons aujourd'hui la géométrie analytique, le monde mathématique dans l'ensemble de l'Europe et en Angleterre est imprégné des idées analytiques de l'avocat français. À tel point que le mot analyse devient synonyme d'algèbre. Lorsque le calcul différentiel et intégral se développe à la fin du siècle, les idées analytiques et le support symbolique sur lesquels il repose font en sorte que ce nouveau calcul s'intègre à l'analyse. Le succès de la géométrie de Descartes et du calcul différentiel et intégral entraînera un glissement du sens du mot analyse qui, au XVIIIe siècle, ne sera plus utilisé que pour le calcul différentiel et intégral. Dans ce mouvement sémantique, Viète sera un laissépour-compte et plus ou moins oublié, caché derrière le voile des Descartes, Leibniz et Newton. Il faudra attendre Joseph Fourier (1768-1830), ses travaux sur la résolution des équations numériques par approximation des racines, et aussi son intérêt pour l'histoire de ce sujet, pour que, dans le premier tiers du XIX^e siècle, Viète sorte à nouveau de l'ombre. Cependant, la reconnaissance du rôle profond joué par l'art analytique de Viète dans le développement de l'algèbre au XVII^e siècle n'a été vraiment reconnue qu'au XX^e siècle. Nous pourrions dire que Viète est mort il y a 400 ans. pour ressusciter il y a 100 ans. ■

Notes

¹ Les informations biographiques de cette section proviennent pour l'essentiel de Frédéric Ritter, François Viète, inventeur de l'algèbre moderne, 1540-1603, Essai sur sa vie et son œuvre, *La revue occidentale philosophique, sociale et politique*, 2^e série, 10 (1895), p. 234 à 274 et 354 à 415.

- ² Traduction de F. Ritter dans sa traduction de ce livre: Introduction à l'art analytique par François Viète, traduit par M. F. Ritter, *Bullettino de bibliografia e de storia delle scienze mathematiche e fisich*e, vol. 1 (1868), p. 223 à 244.
- ³ Plusieurs informations et idées contenues dans cette section proviennent des chapitres 6 et 7 du très beau livre de Henk J. M. Bos, *Redefining Geometrical Exactness, Descartes' Transformation of the Early Modern Concept of Construction*. New York (NY), Springer Verlag, 2001.
- ⁴ Notons que cet usage des nombres décimaux intervient six ans avant la publication de *La Disme* de Stevin en 1585, livre par lequel l'usage de l'écriture décimale des fractions se répandra et se popularisera.
- ⁵ Al-Khwarizmi avait de même justifié par un recours à la géométrie ses règles de résolution des équations du second degré.
- ⁶ Klein, J., Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra, Cambridge, Mass, London: MIT Press, 1968, p. 151 (voir la note 201, p. 254, Viète qualifie Ramus d'homme des plus perspicace), la note 233 (p. 266-267), la note 235 (p. 268), la note 241 (p. 271). Mahoney, M.S., The Royal Road: The Development of Algebraic Analysis from 1550 to 1650, with special reference to the work of Pierre de Fermat, thèse, Princeton University, 1967. p. 148, 198-200. Mahoney, M.S., The Mathematical career of Pierre de Fermat (1601-1665), Princeton: Princeton Univ. Press, 1973. p. 32-33. Voir aussi Cifoletti, G., The Creation of the History of Algebra in the Sixteenth Century, In L'Europe mathématique/Mathematical Europe. Histoires. mythes, identités / History, myth, identity. Edited by Catherine Goldstein, Jeremy Gray and Jim Ritter. Paris: Editions de la Maison des Sciences de l'Homme, 1996, p. 123-142, particulièrement, p. 132-137. Dans cet article, l'auteure montre comment, en France, la perception de l'algèbre et de son histoire s'est modifiée au cours du XVIe siècle. Ramus a joué un rôle important dans cette évolution.
- ⁷ Pappus d'Alexandrie, *La collection mathématique*, 2 vol., traduction et introduction de Paul Ver Eecke, Paris, Bruges (Desclée de Brower), 1933, voir tome 2, p. 477.

⁸ Introduction à l'art analytique par François Viète, traduit par M. F. Ritter, *Bullettino de bibliografia e de storia delle scienze mathematiche e fisich*e, vol. 1 (1868), p. 232.

⁹ De fait, on rencontre chez Jordanus de Nemore (1225-1260) l'utilisation de lettres pour les coefficients.

¹⁰ François Viète, De Numerosa Potestatum ad Exegesim Resolutione, Paris, 1600, problème XVI. Traduction de J. Borowczyk, publié dans les Cahiers d'Histoire des Mathématiques et d'Épistémologie,

Poitiers, mai 1989.

¹¹ François Viète, *De Recognitionne Aequiationum*, Paris, 1615, chapitre III, théorème III. La traduction est de Jean Peyroux dans François Viète, *Œuvres mathématiques*, Première partie, Œuvres mathématiques, suivies du Dénombrement des réalisations géométriques et du supplément de géométrie, traduction par Jean Peyroux, Paris, 1991, p. 149.

¹² François Viète, Effectionum Geometricarum Canonica Recensio, Paris, 1593, proposition XI. La traduction est de Jean Peyroux dans François Viète, Opus cit., p. 340.

¹⁴ Mentionnons Marino Ghetaldi (1566-1626) qui a publié en 1600 le De Numerosa Potestatum ad Exegesim Resolutione (De la résolution des équations numérique) à partir des papiers de Viète et avec son accord, Alexander Anderson, un écossais vivant à Paris, qui a publié à titre posthume deux traités de Viète. Ces deux disciples ont eux-mêmes publié quelques ouvrages dans lesquels ils appliquent l'art analytique à la résolution de problèmes géométriques, comme celui de déterminer des cercles tangents à trois cercles ou de la section des angles en parties égales. Mentionnons aussi Thomas Harriot (1560-1620). Tout en n'ayant jamais rencontré Viète personnellement, Harriot a eu la chance d'avoir entre les mains une copie de certains textes de Viète ramenés de France par un ami, Nathan Torporley (1564-1632). Voir à ce sujet Jacqueline A. Stedall, The Great Invention of Algebra, Thomas Harriot's Treatise on Equations, Oxford University Press, $200\overline{3}$.

Louis Charbonneau
Département de mathématiques
Université du Québec à Montréal
C.P. 8888, succ. Centre-Ville
Montréal (Québec) H3C 3P8
charbonneau.louis@ugam.ca

¹³ Ce sont les derniers mots de son livre programmatique le *In artem Analyticem Isagoge* de 1591.